

EDITURA PARALELA 45

Editura Paralela 45

Lucrarea este elaborată în conformitate cu OMEC nr. 3472/10.03.2020 privind aprobarea programelor pentru susținerea Evaluării Naționale pentru absolvenții clasei a VIII-a, începând cu anul 2020-2021.

La realizarea lucrării s-au avut în vedere modelul de structură de subiect și baremul de evaluare și de notare de la Evaluarea Națională pentru absolvenții clasei a VIII-a, disciplina Matematică, anul școlar 2020-2021, publicate de C.N.P.E.E. în data de 16 iulie 2020.

Redactare: Iuliana Ene, Roxana Pietreanu, Ionuț Burcioiu
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu, Carmen Rădulescu, Mioara Benza
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

Evaluarea Națională 2021 : Matematică : clasa a VIII-a / Adrian

Zanoschi, Gheorghe Iurea, Gabriel Popa, Dorel Luchian. - Pitești :

Paralela 45, 2020

ISBN 978-973-47-3288-3

- I. Zanoschi, Adrian
- II. Iurea, Gheorghe
- III. Popa, Gabriel
- IV. Luchian, Dorel

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

**Gabriel Popa, Adrian Zanoschi,
Gheorghe Iurea, Dorel Luchian**

MATEMATICĂ

EVALUAREA NAȚIONALĂ 2021

Clasa a VIII-a

- Memorator cu cele mai importante noțiuni și definiții din programă
- Teme recapitulative conținute de programa de examen
 - 60 de variante de subiecte cu soluții de rezolvare, după noul model de subiect propus de M.E.C.



Editura Paralela 45

CUVÂNT-ÎNAINTE

Lucrarea *Matematică. Evaluarea Națională 2021* vine în întâmpinarea așteptărilor elevilor și profesorilor care se află pe traseul pregătirii Evaluării Naționale 2021, în contextul parcurgerii unei noi programe școlare pentru gimnaziu și al lansării unui nou format al subiectului de examen.

Având în vedere competențele vizate prin programa de examen, precum și exigențele firești ale studiului matematicii, am gândit o structură complexă și eficientă a cărții, care implică un memorator, 14 teme/lecții recapitulative din materia pentru examen a claselor V-VIII și 60 de teste după noul model. Dintre cele 60 de teste, 10 pot fi detașate din carte (tăiate), iar elevul poate completa răspunsul în spațiul alocat, ca un exercițiu de redactare necesar în perspectiva evaluărilor, care impune viitorilor candidați un ritm de lucru și niște obiective precise. De asemenea, copiii și antrenorii lor au posibilitatea de a studia metodic baremele specifice noului tip de subiect, întrucât testele beneficiază de răspunsuri și sugestii de rezolvare care le oferă un feedback necesar și imediat, astfel încât nivelul de pregătire se poate verifica prin autoevaluare.

Problemele au, în general, un caracter aplicativ, dar și unul ludic, iar reperele teoretice reprezintă o formă utilă de sistematizare a aparatului conceptual necesar rezolvării subiectelor, precum și lucrului de zi cu zi, în clasă și acasă.

Să fie un exercițiu cu sens, aducător de succes!

Autorii

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

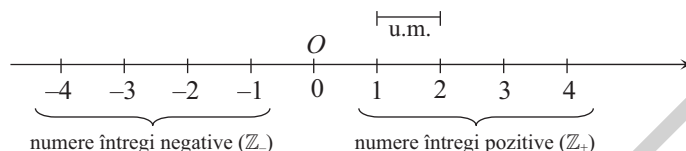
ALGEBRĂ

MULȚIMI NUMERICE

\mathbb{N} – mulțimea numerelor naturale; $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

\mathbb{Z} – mulțimea numerelor întregi; $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}_+ = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Z}_- = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0\}$.



\mathbb{Q} – mulțimea numerelor raționale; $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ și } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$. $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$.

\mathbb{R} – mulțimea numerelor reale, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} =$ mulțimea numerelor iraționale.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

OPERAȚII CU MULȚIMI

Reuniunea: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$.

Intersecția: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$.

Diferența: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$.

OPERAȚII CU NUMERE

Factor comun: $f \cdot a \pm f \cdot b = f \cdot (a \pm b)$, $\forall a, b, f \in \mathbb{R}$.

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{(1+n) \cdot n}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n, \forall n \in \mathbb{N}^* \text{ (citim: „}n \text{ factorial”)}; 0! = 1.$$

Opusul numărului real r este numărul real $-r$.

Inversul numărului real nenul r este numărul real $r^{-1} = \frac{1}{r}$.

TEOREMA ÎMPĂRȚIRII CU REST

În \mathbb{N} : $\forall a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0, \exists! c, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r, 0 \leq r < b$.

În \mathbb{Z} : $\forall a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, \exists! c \in \mathbb{Z}, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r, 0 \leq r < |b|$.

DIVIZIBILITATE ÎN \mathbb{N}

Pentru $d, m \in \mathbb{N}$ spunem că $d \mid m$ dacă există $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $m = d \cdot x$.

Proprietăți:

$$P_1: 1 \mid n; n \mid 0, \forall n \in \mathbb{N};$$

$$P_2: \text{Dacă } a, d \in \mathbb{N} \text{ și } d \mid a, \text{ atunci } d \mid a \cdot n, \forall n \in \mathbb{N};$$

$$P_3: \text{Dacă } a, b, d \in \mathbb{N}, d \mid a \text{ și } d \mid b, \text{ atunci } d \mid (a \pm b).$$

Criterii de divizibilitate:

I. Folosind ultima cifră a numărului: $2 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $5 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 5\}$; $10 \mid n \Leftrightarrow u(n) = 0$.

II. Folosind suma cifrelor numărului: $3 \mid n \Leftrightarrow 3 \mid S(n)$; $9 \mid n \Leftrightarrow 9 \mid S(n)$.

III. Folosind ultimele două cifre ale numărului: $4 \mid a \dots xy \Leftrightarrow 4 \mid xy$; $25 \mid a \dots xy \Leftrightarrow 25 \mid xy$.

Număr prim: număr natural care are exact doi divizori.

C.m.m.d.c.: $d = (a, b)$ dacă: i) $d \mid a$ și $d \mid b$;
ii) dacă $d' \mid a$ și $d' \mid b$, atunci $d' \mid d$.

Pentru a calcula (a, b) procedăm astfel:

- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni, o singură dată, la exponentul cel mai mic și îi înmulțim.

Numerele a și b sunt relativ prime (prime între ele) dacă $(a, b) = 1$.

Dacă $d = (a, b)$, atunci $a = dx$, $b = dy$, cu $x, y \in \mathbb{N}$, $(x, y) = 1$.

Dacă $n \mid a$ și $n \mid b$, atunci $n \mid (a, b)$.

Dacă $a \mid b \cdot c$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \mid c$.

C.m.m.m.c.: $m = [a, b]$ dacă: i) $a \mid m$ și $b \mid m$;
ii) dacă $a \mid m'$ și $b \mid m'$, atunci $m \mid m'$.

Pentru a calcula $[a, b]$ procedăm astfel:

- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni și necomuni, o singură dată, la exponentul cel mai mare și îi înmulțim.

Dacă $a \mid n$ și $b \mid n$, atunci $[a, b] \mid n$.

Oricare ar fi $a, b \in \mathbb{N}$, are loc egalitatea $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$.

PUTERI

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{\text{de } n \text{ ori}}, a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*;$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{N}.$$

$$a^0 = 1, \forall a \in \mathbb{R}^*; a^1 = a, \forall a \in \mathbb{R}; 1^n = 1, \forall n \in \mathbb{N}; 0^0 \text{ nu are sens.}$$

OPERAȚII CU PUTERI

$$1. a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \forall a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}.$$

$$2. a^m : a^n = a^{m-n}, \forall a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}.$$

$$3. (a^m)^n = a^{mn}, \forall a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4. (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n, \forall a, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}.$$

$$5. (a : b)^n = a^n : b^n, a, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}.$$

$$6. (-1)^n = \begin{cases} 1, & \text{dacă } n \text{ este număr par;} \\ -1, & \text{dacă } n \text{ este număr impar.} \end{cases}$$

FRACȚII ORDINARE, FRACȚII ZECIMALE

Fracție ireductibilă: $\frac{a}{b}$, cu $a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, $(a, b) = 1$.

Fracții echivalente: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ dacă $a \cdot d = b \cdot c$.

Dacă $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}^*$, atunci $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow b \mid a$.

Transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare:

Tipul fracției zecimale	Mod de transformare	Exemplu
zecimală finită	$\overline{a, b_1 b_2 \dots b_k} = a \frac{\overline{b_1 b_2 \dots b_k}}{10^k}$	$2,79 = 2 \frac{79}{10^2} = \frac{279}{100}$
periodică simplă	$\overline{a, (b_1 b_2 \dots b_k)} = a \frac{\overline{b_1 b_2 \dots b_k}}{\underbrace{99 \dots 9}_{k \text{ ori}}}$	$13,(24) = 13 \frac{24}{99}$
periodică mixtă	$\overline{a, b_1 b_2 \dots b_k (c_1 c_2 \dots c_p)} = a \frac{\overline{b_1 b_2 \dots c_p} - \overline{b_1 b_2 \dots b_k}}{\underbrace{99 \dots 9}_{p \text{ ori}} \underbrace{00 \dots 0}_{k \text{ ori}}}$	$3,61(754) = 3 \frac{61754 - 61}{99900}$

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ

◆ TESTUL 1 ◆

SUBIECTUL I. *Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

(30 de puncte)

- (5p) 1. Suma numerelor prime care divid numărul 420 este egală cu:
a) 15; b) 17; c) 18; d) 19.

- (5p) 2. În tabelul alăturat sunt prezentate rezultatele obținute de patru elevi la câte un test. Elevii care au același procent de probleme rezolvate din totalul problemelor date la test sunt:

	Nr. probleme rezolvate	Nr. probleme test
Maria	15	20
Ioana	20	25
Matei	20	30
Alex	8	10

- a) Maria și Ioana; b) Ioana și Matei;
c) Ioana și Alex; d) Alex și Matei.

- (5p) 3. Temperaturile medii zilnice din luna ianuarie a anului 2021 sunt înregistrate în tabelul următor.

Număr zile	4	10	11	6
Temperatura	-10°C	-6°C	3°C	6°C

Temperatura medie din luna ianuarie 2021 a fost:

- a) -6°C; b) -1°C; c) -2°C; d) 3°C.

- (5p) 4. Inversul numărului $a = 0,5 + 0,(3)$ este egal cu:

- a) $\frac{5}{6}$; b) $\frac{6}{5}$; c) $\frac{5}{4}$; d) $\frac{15}{8}$.

- (5p) 5. Numărul real $x = \sqrt{3^6 + 3^7}$ este egal cu:

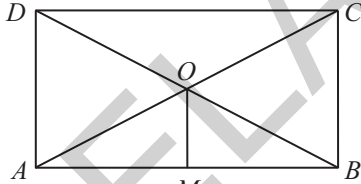
- a) $2 \cdot 3^3$; b) $\sqrt{3^{13}}$; c) 3^{12} ; d) $3^3 \sqrt{3}$.

- (5p) 6. Rareș afirmă: „Reuniunea dintre mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și mulțimea $B = \{-1, 0, 3, 7, 8, 9\}$ este o mulțime cu douăsprezece elemente.” Afirmația lui Rareș este:
- a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

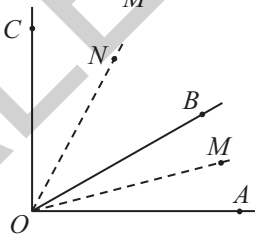
(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată este desenat un dreptunghi $ABCD$. Punctul O este intersecția diagonalelor, iar punctul M este mijlocul laturii AB . Simetricul punctului A față de dreapta OM este punctul:



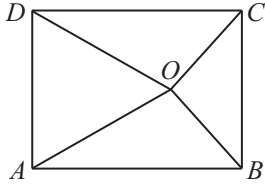
- a) M ; b) B ;
c) C ; d) D .

- (5p) 2. În figura alăturată sunt desenate două unghiuri adiacente complementare, AOB și BOC , și bisectoarele lor, OM , respectiv ON . Măsură unghiului MON este egală cu:



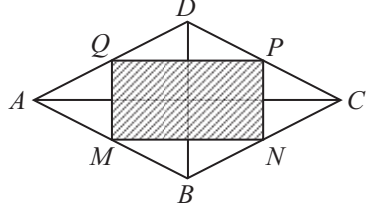
- a) 15° ; b) 30° ;
c) 45° ; d) 90° .

- (5p) 3. Figura alăturată reprezintă schița unui covor, având forma unui dreptunghi $ABCD$ cu $AD = 4$ m. Modelul covorului este format din triunghiul echilateral AOD și triunghiul dreptunghic BOC cu ipotenuza BC . Lungimea covorului este:



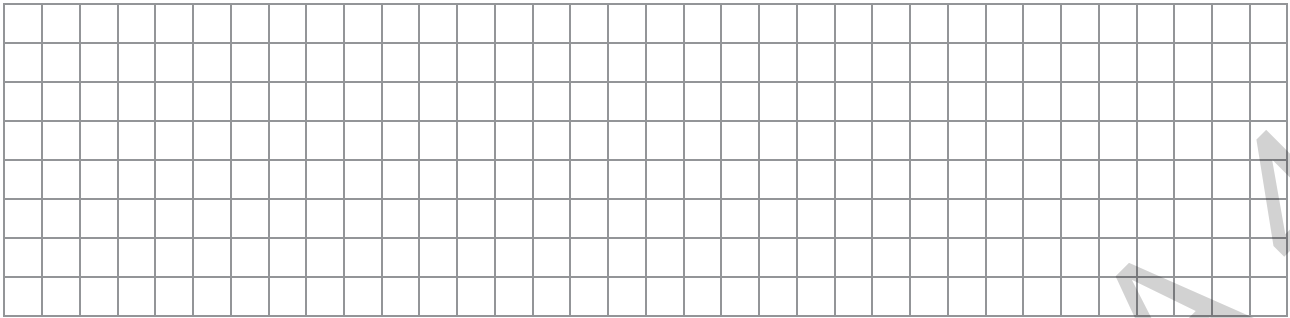
- a) 4 m; b) $2\sqrt{3}$ m;
c) $2(1+\sqrt{3})$ m; d) 8 m.

- (5p) 4. Figura alăturată reprezintă schița unei grădini în formă de romb $ABCD$ cu diagonalele $AC = 8$ m și $BD = 6$ m. Mijloacele laturilor rombului sunt vârfurile dreptunghiului $MNPQ$, iar în interiorul acestui dreptunghi au fost plantate flori. Aria suprafeței acoperite cu flori este:



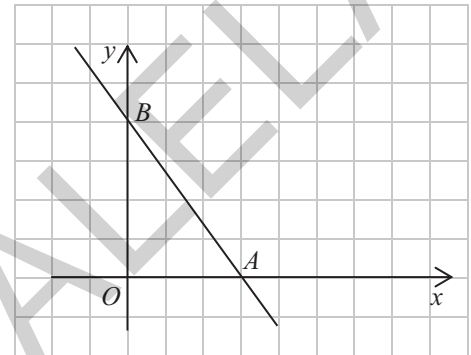
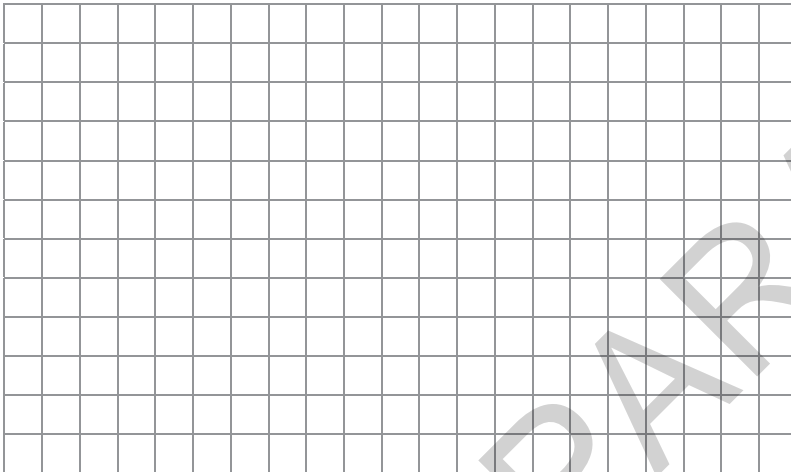
- a) 48 m^2 ; b) 24 m^2 ;
c) 12 m^2 ; d) 6 m^2 .

(3p) b) Demonstrează că $-2 < E(x) < 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

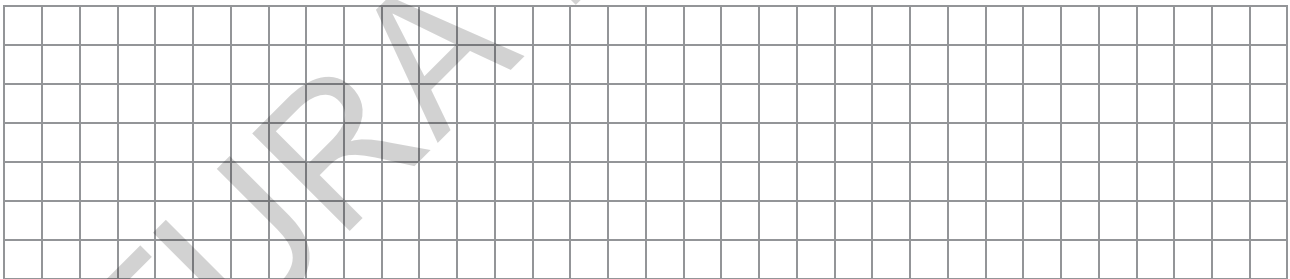


3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{12-4x}{3}$.

(2p) a) Calculează $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4)$.

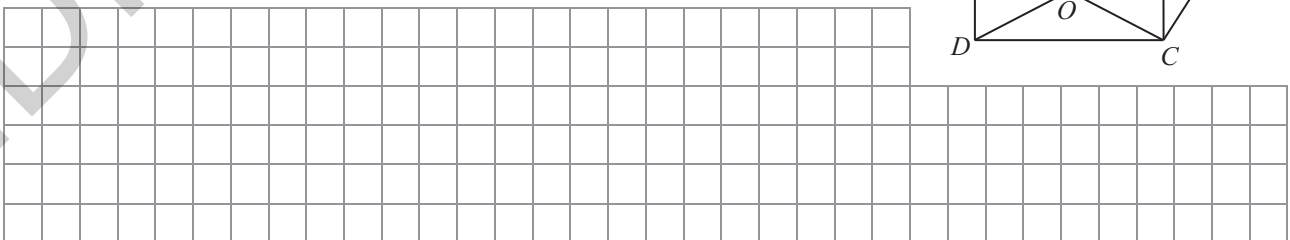
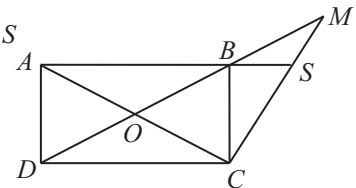


(3p) b) Dacă A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox , respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy , determină lungimea segmentului AB .

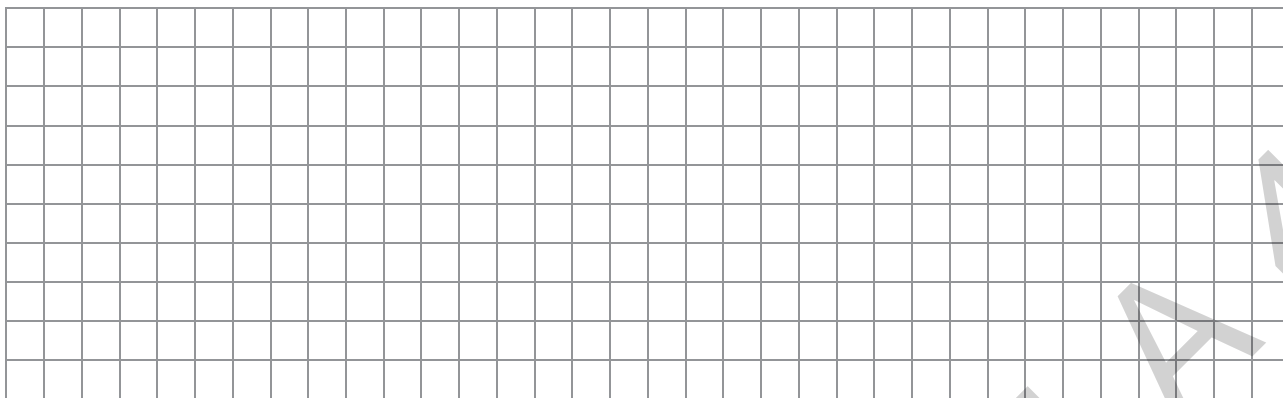


4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ de centru O , cu $AB = 6\sqrt{3}$ cm și $AO = 6$ cm. Fie M simetricul punctului O față de punctul B și S punctul de intersecție dintre dreptele AB și CM .

(2p) a) Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $36\sqrt{3}$ cm².

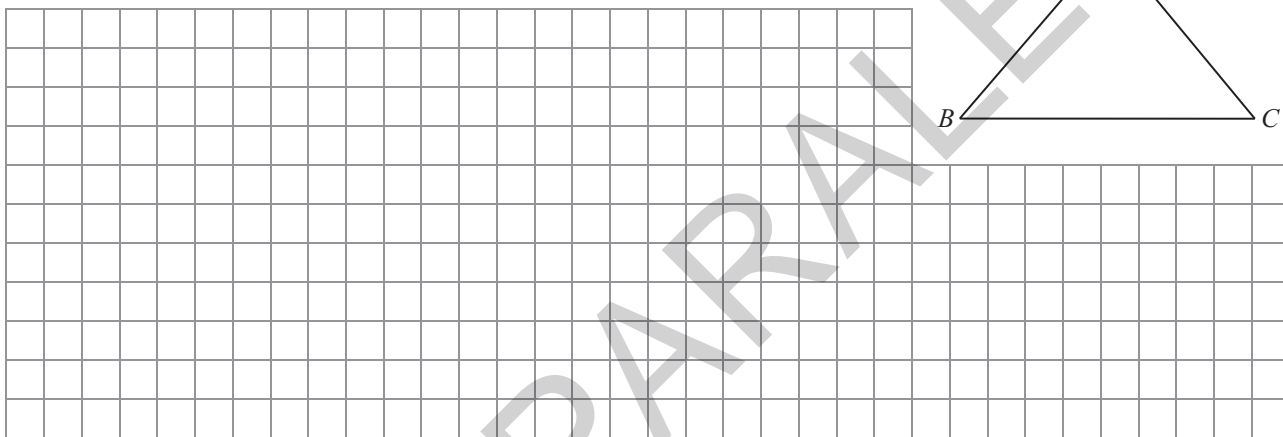
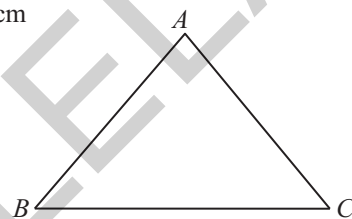


(3p) b) Află lungimea segmentului SB .

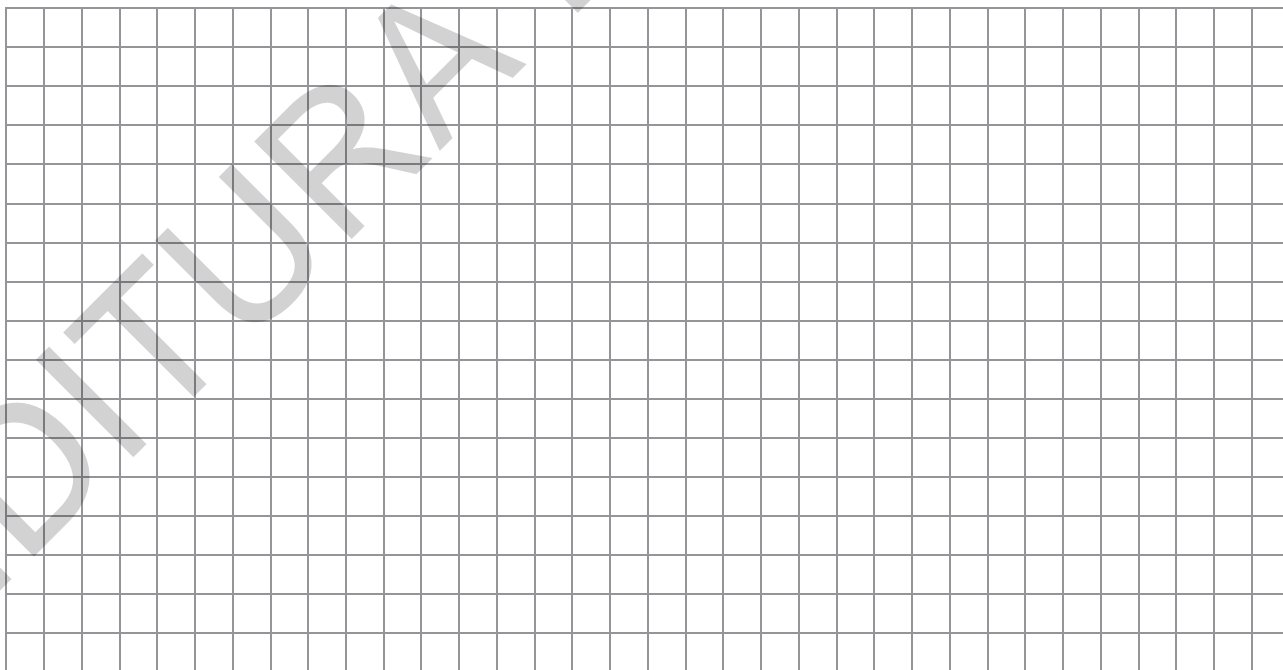


5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC = 25$ cm și $BC = 30$ cm.

(2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 300 cm².



(3p) b) Dacă punctul D aparține dreptei AC , astfel încât $BD = 24$ cm, demonstrează că dreptele AC și BD sunt perpendiculare.



Cuprins

Cuvânt-înainte / **5**

MEMORATOR DE MATEMATICĂ / **7**

TEME RECAPITULATIVE / **20**

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ / **59**

SOLUȚII

TEME RECAPITULATIVE / **234**

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ / **248**

EDITURA PARALELA 45