

MATE[®]
2000+
Consolidare

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

EDITURA PARALELA 45



EDITURA PARALELA 45
EDUCAȚIONAL

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 4696/02.08.2019.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca, Daniel Mitran

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

ZAHARIA, DAN

Matematică : algebră, geometrie : clasa a VI-a / Dan Zaharia,

Maria Zaharia. - Ed. a 9-a. - Pitești : Paralela 45, 2020

2 vol.

ISBN 978-973-47-3241-8

Partea 2. - 2020. - ISBN 978-973-47-3308-8

I. Zaharia, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate, iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA

Scanează codul QR pentru
a accesa aplicația MATE 2000+



matematică algebră geometrie

clasa a VI-a

partea a II-a

ediția a IX-a

mate 2000 – consolidare

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®

antrenament



Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Abrevieri:

- * Inițiere (înțelegere)
- ** Consolidare (aplicare și exersare)
- *** Excelență (aprofundare și performanță)
- **** Supermate

Legendă

PE = portofoliul elevului

PP = portofoliul profesorului

PE-PP = portofoliul elevului - portofoliul profesorului

Algebră

Capitolul I Mulțimea numerelor întregi

PP Competențe specifice

- C1. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate
- C2. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor
- C3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi
- C4. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi
- C5. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi
- C6. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului

PE-PP 1.1. Număr întreg. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi

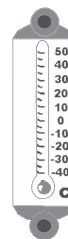


La televizor sau la radio auziți zilnic „buletinul meteo”.

Temperaturile pot fi **pozitive**, **zero** sau **negative**.

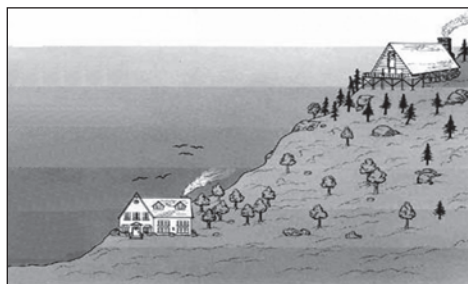
- +3° C se citește „plus 3 grade Celsius”
- +28° C se citește „plus 28 de grade Celsius”
- 5° C se citește „minus 5 grade Celsius”
- 14° C se citește „minus 14 grade Celsius”

Temperaturile negative, zero sau pozitive se înregistrează cu ajutorul **termometrului**.



Dacă dorim să știm înălțimea unui munte sau repera unei epave de pe fundul oceanului, înseamnă că dorim să știm **altitudinea**. Altitudinea se măsoară luând ca reper **nivelul mării**, care este considerat zero (0) metri.

Vârful unui deal sau înălțimea unui munte se exprimă **printr-un număr precedat de**



semnul „+”, iar un punct de pe fundul unui ocean se exprimă **printr-un număr precedat de semnul „-”**.

În cadrul firmelor comerciale se folosesc noțiunile de **credit**, **debit** și **sold**.

Exemple:

1. În luna septembrie, o firmă a încasat 10 000 lei pe marfa vândută (**creditul** este +10 000 lei) și a cheltuit 5000 lei (**debitul** este -5000 lei). **Soldul** acestei luni este pozitiv, adică +5000 lei, deoarece s-a încasat mai mult cu 5000 lei decât s-a cheltuit.

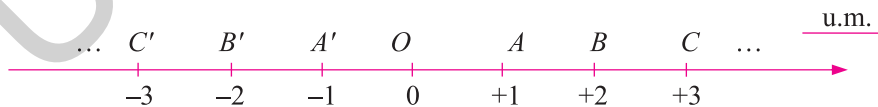
2. În luna octombrie, o firmă a încasat 300 000 lei (**creditul** este +300 000 lei) și a cheltuit 400 000 lei (**debitul** este -400 000 lei). **Soldul** acestei luni este negativ, adică -100 000 lei, deoarece s-a încasat mai puțin cu 100 000 lei decât s-a cheltuit.

În exemplele date s-au întâlnit numere precedate de semnul „+” sau de semnul „-”. Aceste numere sunt **numere întregi**.

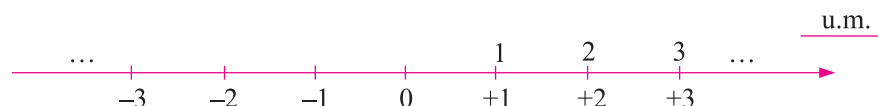
Se numește **număr întreg** numărul natural 0 sau orice număr natural diferit de 0 precedat fie de semnul „+” (plus), fie de semnul „-” (minus).

Observații:

- Mulțimea numerelor întregi se notează cu \mathbb{Z} .
- Mulțimea $\{+1, +2, +3, \dots\}$ este o submulțime a mulțimii numerelor întregi, se notează cu \mathbb{Z}_+^* și se numește **mulțimea numerelor întregi pozitive**.
- Mulțimea $\{-1, -2, -3, \dots\}$ este o submulțime a mulțimii numerelor întregi, se notează cu \mathbb{Z}_-^* și se numește **mulțimea numerelor întregi negative**.
- Mulțimea numerelor întregi negative împreună cu mulțimea numerelor întregi pozitive și cu numărul natural 0 formează mulțimea numerelor întregi, adică, avem: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_-^* \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+^*$ și notăm $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- Mulțimea $\{0; +1; +2; +3; \dots\}$ se numește **mulțimea numerelor întregi nenegative**.
- Se numește **opusul unui număr întreg diferit de zero** acel număr întreg care se obține din numărul întreg considerat prin schimbarea semnului acestuia. Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0. Opusul numărului întreg +2 este numărul întreg -2, iar opusul numărului întreg -5 este numărul întreg +5.
- Numerele întregi pot fi reprezentate pe axa numerelor. **Axa numerelor** este o dreaptă pe care am fixat: un punct numit **origine**, un **sens pozitiv** și o **unitate de măsură**.



Să reprezentăm pe axa numerelor și numerele naturale.



Se observă că orice număr natural n coincide cu numărul întreg $+n$ și notăm $+n = n$. Astfel, se poate scrie $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$ sau $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

- **Numărul 0 nu este nici pozitiv și nici negativ.**
- **Numerele întregi negative** sunt folosite pentru a descrie: adâncimi sub nivelul mării, temperaturi exprimate în grade Celsius sub limita de îngheț, datorii.

Exemple:

1. În ziua de 2 februarie 2009, la ora 6 dimineața, temperatura a fost de -9°C (minus 9 grade Celsius).
2. În Oceanul Atlantic s-a găsit, la adâncimea de 4375 m, o epavă. Adâncimea poate fi exprimată ca fiind -4375 m, raportată la nivelul mării.
3. Pasul Predeal se află la înălțimea de 1040 m. Altitudinea Pasului Predeal, raportată la nivelul mării, poate fi exprimată ca fiind $+1040$ m.
4. Dacă încasările unei societăți comerciale au fost de 5 milioane lei și plățile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este de 2 milioane lei ($+2$ milioane lei).
5. Dacă încasările unei societăți comerciale au fost de 2 milioane lei și plățile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este negativ (-1 milion lei), adică societatea are o datorie de 1 milion de lei.

Priviți axa numerelor și observați că există puncte egal depărtate de origine. Punctele A și A' , punctele B și B' sunt egal depărtate de originea axei. Dacă două numere nenule corespund pe axă la două puncte egal depărtate de punctul O (originea axei), atunci cele două numere sunt **opuse**.

Exemple:

1. Numerele -1 și 1 corespundătoare punctelor A' și A sunt opuse.
2. Numerele -3 și 3 corespundătoare punctelor C' și C sunt opuse.

În general, dacă notăm cu a un număr natural nenul, atunci:

- **opusul** numărului întreg pozitiv $+a$ este numărul întreg negativ $-a$;
- **opusul** numărului întreg negativ $-a$ este numărul întreg pozitiv $+a$.

Atenție!

- **Opusul** numărului negativ -3 se notează cu $-(-3)$ și este egal cu numărul pozitiv $+3$, adică $-(-3) = +3$.
- **Opusul** numărului pozitiv $+4$ se notează cu $-(+4)$ și este egal cu numărul negativ -4 , adică $-(+4) = -4$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE **Înțelegere** *

1. Completați corect propozițiile:
 - a) Orice număr natural este ...
 - b) Opusul unui număr întreg diferit de zero este ...
 - c) Axa numerelor este ...
2. Reprezentați pe axa numerelor următoarele numere întregi:
 - a) $-5; +1; 0; -1; +2; -4;$
 - b) $-7; +4; -3; 0; +13; -2; +5;$
 - c) $-5; -3; 4; -7; 3; +5;$
 - d) $50; -50; 30; -20; +20; 10; -10; 0.$

3. Precizați care dintre numerele de mai jos sunt naturale și care sunt întregi:

a) $-17; +3; 0; \frac{4}{2}; -13; 41;$

b) $-3; 0; 83; +15; +43; -17.$

4. Care dintre incluziunile următoare este corectă: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ sau $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$?

Justificați. Dați exemple.

5. Se consideră mulțimea $A = \{-3, 0, 2\}$. Scrieți toate submulțimile mulțimii A .

6. Completați tablele de mai jos:

a)

a	+3	-14	0	+11	-13	2	-3	4	-7	+5	-12
$-a$											

b)

a											
$-a$	-15	+13	0	-17	2	-1	1	-7	+5	+4	-5

c)

a	-3		0	+3			13		+4	-8	
$-a$		7			-14	+15		-12			-17

7. Pe o axă avem reprezentate numerele:



- Scrieți numerele întregi pozitive reprezentate pe axă.
- Scrieți numerele întregi negative reprezentate pe axă.
- Scrieți perechile de numere întregi opuse reprezentate pe axă.
- Sunt numere naturale reprezentate pe axă?

8. Scrieți mulțimea A , formată din opusele elementelor mulțimii:

a) $M = \{-2, +3, 0, -444, -3, +7, +2\};$

b) $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 \leq x \leq 3\}.$

9. Precizați numerele care au, respectiv, opusele: $-7, +5, -3, 0, +2, -1, +6, -4.$

10. Scrieți câte trei elemente aparținând mulțimilor:

a) $\mathbb{N};$

b) $\mathbb{Z};$

c) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N};$

d) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N};$

e) $\mathbb{Z}_-;$

f) $\mathbb{Z}_+.$

PE Aplicare și exersare **

11. Scrieți numerele întregi în fiecare dintre cazurile:

- sunt mai mari decât -4 și mai mici decât $+3$;
- sunt mai mici sau egale cu 4 și mai mari sau egale cu -3 ;
- sunt cinci numere întregi consecutive, cel mai mic dintre ele fiind -3 .

12. Fie șirul de numere întregi: $-14, -7, 0, \dots, 28.$

- Completați numerele care lipsesc din șir.
- Scrieți opusele numerelor din șir.

13. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $2,5 \in \mathbb{Z};$

b) $-3,7 \notin \mathbb{Z};$

c) $\frac{1}{4} \in \mathbb{Z};$

d) $-4 \notin \mathbb{Z};$

e) $+2 \in \mathbb{N} \cap \mathbb{Z};$

f) $-7 \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N};$

g) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z};$

h) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z};$

i) $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z} = \emptyset;$

j) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} = \emptyset;$

k) $+5 \in \mathbb{N} \setminus \mathbb{Z};$

l) $-4 \in \mathbb{N} \cap \mathbb{Z}.$

14. Fie mulțimea $M = \{-4; \frac{1}{4}; 3, (3); -7; 2; 0; +5\}$.

Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \mid x \in M \text{ și } x \in \mathbb{Z}\}; \quad B = \{x \mid x \in M \text{ și } x \in \mathbb{N}\}; \quad C = \{x \mid x \in M \text{ și } x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}\}.$$

15. Fie mulțimea $M = \{+5, -7, -4, 0, 2, -9, -1, +8, +3, 4\}$.

Precizați mulțimile următoare, enumerând elementele acestora:

a) $A = \{x \mid x \in M, x \text{ număr întreg nenegativ}\};$

b) $B = \{x \mid x \in M, x \text{ număr par}\};$

c) $C = \{x \mid x \in M, x \text{ număr negativ impar}\};$

d) $D = \{x \mid x \in M, x \text{ număr nenul par}\}.$

16. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x \leq 2\};$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}^*, -2 \leq x < 4\}.$$

17. Reprezentați pe axa numerelor elementele mulțimilor:

a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 4\};$

b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x \leq -2 \text{ și } -2 \leq x < 4\};$

c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -7 \leq x \leq 2 \text{ și } -4 \leq x \leq -1\};$

d) $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \geq -3 \text{ și } x \notin \mathbb{N}\}.$

PE Aprofundare și performanță ***

18. a) Scrieți numerele întregi negative pare mai mari decât -11 .

b) Scrieți numerele întregi negative impare cuprinse între -16 și -9 .

19. Scrieți 7 numere întregi consecutive în fiecare dintre cazurile:

a) cel mai mic este -3 ;

b) cel mai mare este $+5$;

c) exact patru dintre ele sunt nenegative.

20. Temperatura aerului la o altitudine de 2 350 m este de 7°C , iar la o altitudine de 4 350 m este de -3°C . Considerând că temperatura scade proporțional cu creșterea altitudinii, calculați câte grade ar fi la 5 150 m altitudine.

21. Se consideră punctele A, B, C, D, E și F de coordonate: $-5; +2; 1; -3; +4; -1$.

a) Luând ca unitate de măsură 1 cm, reprezentați pe o axă punctele.

b) Calculați distanța dintre punctele A și E , apoi distanța dintre punctele B și D și distanța dintre punctele E și F .

22. Se consideră punctele A și B de coordonate -5 și respectiv 3 .

a) Reprezentați pe o axă de coordonate cu originea în O punctele și notați cu M mijlocul segmentului AB .

b) Calculați $OA + OB + AM + AB$.

23. Se consideră două puncte A și B pe axa numerelor, ale căror coordonate sunt $-x$ și x .

a) Dacă punctul O reprezintă originea axei și $AB + 5OB = 14$, calculați-l pe x .

b) Dacă $3AO + 5BO = 16$, calculați-l pe x .

PE-PP Supermate ****

24. Se consideră două puncte M și N .

a) Reprezentați pe axa numerelor punctele M și N , astfel încât distanța de la M la originea axei să fie de 3 u.m. și distanța de la originea axei la N să fie egală cu 5 u.m.

b) Scrieți coordonatele punctelor M și N .

25. Pe axa numerelor se consideră punctele A și B de coordonate -11 și respectiv 44 . Se parcurge distanța dintre A și B .

a) Calculați ce procent din distanță s-a parcurs în momentul trecerii prin punctul M de coordonată 22 .

b) Ce coordonată trebuie să aibă punctul M pentru ca procentul parcurs din distanță să fie de 40% ?

PE-PP 1.2. Modulul unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi



Se spune că un număr întreg a este **mai mare decât** 0 și notăm $a > 0$ dacă a este un **număr întreg pozitiv**.

Deci, $a \in \mathbb{Z}, a > 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{Z}_+^*$.

Se spune că un număr întreg a este **mai mic decât** 0 și notăm $a < 0$ dacă a este un **număr întreg negativ**.

Deci, $a \in \mathbb{Z}, a < 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{Z}_-^*$.

Modulul unui număr întreg pozitiv sau valoarea absolută a unui număr întreg pozitiv este acel număr, modulul numărului întreg 0 este 0 și modulul sau valoarea absolută a unui număr întreg negativ este opusul celui număr.

$$\text{Deci, } |z| = \begin{cases} z, & \text{dacă } z > 0 \\ 0, & \text{dacă } z = 0. \\ -z, & \text{dacă } z < 0 \end{cases}$$

Exemple: $|+2| = +2$; $|0| = 0$; $|-3| = -(-3) = +3 = 3$.

PROPRIETĂȚI:

- $|z| > 0$, oricare ar fi $z \in \mathbb{Z}^*$;
- $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$;
- $|z| \in \mathbb{N}$, oricare ar fi $z \in \mathbb{Z}$;
- $|z| = |-z|$, oricare ar fi $z \in \mathbb{Z}$.

Pentru numere întregi avem **ordonarea**:

- $a \in \mathbb{Z}_- \Rightarrow a < 0$;
- $a \in \mathbb{Z}_+ \Rightarrow a > 0$;
- $a \in \mathbb{Z}_-$ și $b \in \mathbb{Z}_+ \Rightarrow a < b$;
- $a \in \mathbb{Z}_+, b \in \mathbb{Z}_+$ și $|a| < |b| \Rightarrow a < b$;
- $a \in \mathbb{Z}_-, b \in \mathbb{Z}_-$ și $|a| < |b| \Rightarrow a > b$.

Observație:

Dintre două numere întregi, întotdeauna, pe axa numerelor, cel mai mic se află la stânga celui mai mare.

Capitolul II

Mulțimea numerelor raționale

PP Competențe specifice

- C1. Recunoașterea fracțiilor echivalente, a fracțiilor ireductibile și a formelor de scriere a unui număr rațional
- C2. Aplicarea regulilor de calcul cu numere raționale pentru rezolvarea ecuațiilor de tipul: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ ($a \neq 0$), $ax + b = c$, unde a , b și c sunt numere raționale
- C3. Utilizarea proprietăților operațiilor pentru compararea și efectuarea calculelor cu numere raționale
- C4. Redactarea etapelor de rezolvare a unor probleme, folosind operații în mulțimea numerelor raționale
- C5. Determinarea unor metode eficiente în efectuarea calculelor cu numere raționale
- C6. Interpretarea matematică a unor probleme practice prin utilizarea operațiilor cu numere raționale

PE-PP 2.1. Număr rațional. Mulțimea numerelor raționale



Definiție. Prin **număr rațional** înțelegem orice pereche de numere întregi a și b , unde $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$.

Observații:

- Mulțimea numerelor raționale se notează cu \mathbb{Q} și

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}.$$

- Numărul rațional $\frac{a}{b}$ este număr întreg dacă și numai dacă a se divide la b ($a : b$).
- Orice număr întreg este număr rațional, adică $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
- Două numere raționale $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt egale și notăm $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, dacă și numai dacă $a \cdot d = b \cdot c$.
- Orice număr rațional se poate scrie ca o fracție ordinară sau ca o fracție zecimală finită sau infinită.

Transformarea fracțiilor ordinare în fracții zecimale

Un număr rațional pozitiv reprezentat printr-o fracție ireductibilă $\frac{a}{b}$, cu $a, b \in \mathbb{N}^*$, $b \geq 2$, se transformă, folosind algoritmul de împărțire a numerelor naturale, în:

- **fracție zecimală finită** dacă numitorul descompus în factori primi conține numai factorii 2 sau 5 sau 2 și 5;
- **fracție periodică simplă** dacă descompunerea numitorului în factori primi conține alți factori decât 2 sau 5;
- **fracție periodică mixtă** dacă descompunerea numitorului în factori primi conține cel puțin unul din factorii primi 2 sau 5 și cel puțin un alt factor prim diferit de 2 sau 5.

Exemple:

1. fracții zecimale finite:

$$\text{a) } \frac{17}{8} = \frac{17}{2^3} = 2,125; \quad \text{b) } \frac{23}{25} = \frac{23}{5^2} = 0,92; \quad \text{c) } \frac{127}{20} = \frac{127}{2^2 \cdot 5} = 6,35.$$

2. fracții zecimale periodice simple:

$$\text{a) } \frac{11}{3} = 3,(6); \quad \text{b) } \frac{47}{11} = 4,(27); \quad \text{c) } \frac{31}{33} = 0,(93).$$

3. fracții zecimale periodice mixte:

$$\text{a) } \frac{7}{6} = 1,1(6); \quad \text{b) } \frac{43}{55} = 0,7(81); \quad \text{c) } \frac{37}{75} = 0,49(3).$$

Transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare:

• **Fracția zecimală cu un număr finit de zecimale nenule** este egală cu numărul de întregi, urmat de fracția care are la numărător partea zecimală, iar la numitor numărul format din cifra 1 urmată de tot atâtea zerouri câte are partea zecimală:

$$\overline{a, a_1 a_2 a_3 \dots a_n} = a \frac{a_1 a_2 a_3 \dots a_n}{10^n}.$$

$$\text{Exemple: a) } 1,7 = 1 \frac{7}{10}; \quad \text{b) } 24,17 = 24 \frac{17}{10^2}; \quad \text{c) } 1,317 = 1 \frac{317}{10^3}.$$

• **Fracția zecimală periodică simplă** este egală cu numărul de întregi, urmat de fracția care are la numărător perioada, iar la numitor numărul format din tot atâtea cifre de 9 câte cifre are perioada:

$$\overline{a, (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)} = a \frac{\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n}}{\underbrace{999 \dots 9}_{n \text{ cifre}}}.$$

$$\text{Exemple: a) } 1,(5) = 1 \frac{5}{9}; \quad \text{b) } 0,(13) = \frac{13}{99}; \quad \text{c) } 2,(31) = 2 \frac{31}{99}; \quad \text{d) } 3,(127) = 3 \frac{127}{999}.$$

• **Fracția zecimală periodică mixtă** este egală cu numărul de întregi, urmat de fracția care are la numărător diferența dintre numărul fără paranteză situat după virgulă și numărul situat la partea zecimală în afara perioadei, iar la numitor numărul format din atâtea cifre de 9 câte cifre are partea periodică urmate de atâtea zerouri câte cifre are partea zecimală din afara perioadei:

$$\overline{a, a_1 a_2 \dots a_m (b_1 b_2 \dots b_n)} = a \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_m b_1 b_2 \dots b_n} - \overline{a_1 a_2 \dots a_m}}{\underbrace{999 \dots 9}_{n \text{ cifre}} \underbrace{000 \dots 0}_{m \text{ cifre}}}.$$

Exemple: a) $2,1(6) = 2 \frac{16-1}{90} = 2 \frac{15}{90} = 2 \frac{1}{6}$;

b) $3,12(5) = 3 \frac{125-12}{900} = 3 \frac{113}{900}$; c) $1,2(13) = 1 \frac{213-2}{990} = 1 \frac{211}{990}$.

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr rațional

Partea întreagă a numărului rațional x , notată $[x]$, este cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu x .

Partea fracționară a numărului rațional x , notată $\{x\}$, este diferența dintre număr și partea întreagă a numărului, adică $\{x\} = x - [x]$.

Exemple: a) $[3,21] = 3$, deoarece $3 \leq 3,21 < 4$ și $\{3,21\} = 3,21 - [3,21] = 3,21 - 3 = 0,21$;

b) $[-3,21] = -4$, deoarece $-4 \leq -3,21 < -3$ și $\{-3,21\} = -3,21 - [-3,21] = -3,21 - (-4) = -3,21 + 4 = 0,79$.

În general,

- **numărul rațional pozitiv** scris ca fracție zecimală $a,a_1a_2\dots a_n$, unde $a \in \mathbb{N}$ și a_1, a_2, \dots, a_n sunt cifre, are **partea întreagă** numărul a și **partea fracționară** $0,a_1a_2\dots a_n$.

- **numărul rațional negativ** scris ca fracție zecimală $-a,a_1a_2\dots a_n$, unde $a \in \mathbb{N}$ și a_1, a_2, \dots, a_n sunt cifre, are **partea întreagă** $-(a+1)$ și **partea fracționară** $1 - 0,a_1a_2\dots a_n$.

Exemple: a) $[1,17] = 1$ și $\{1,17\} = 0,17$; b) $[-1,17] = -2$ și $\{-1,17\} = 1 - 0,17 = 0,83$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Verificați care dintre propozițiile de mai jos sunt adevărate:

a) $-1 \in \mathbb{Q}$; b) $\frac{2}{3} \notin \mathbb{Q}$; c) $-0,1(3) \notin \mathbb{Q}$; d) $-\frac{8}{2} \in \mathbb{Z}$;

e) $1,(2) \notin \mathbb{Z}$; f) $-\frac{2}{3} \in \mathbb{N}$; g) $-7 \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; h) $+24 \notin \mathbb{Q}$.

2. Se consideră mulțimile: $A = \{-1, 2, -3\}$ și $B = \{-2, 5\}$. Scrieți elementele mulțimii

$$C = \left\{ x = \frac{a}{b} \mid a \in A \text{ și } b \in B \right\}.$$

3. Verificați dacă fracțiile următoare reprezintă același număr rațional:

a) $\frac{2}{3}, \frac{-6}{-9}, \frac{18}{27}$; b) $\frac{-3}{5}, \frac{24}{-40}, -\frac{21}{35}$.

4. Se consideră mulțimea:

$$M = \left\{ -1; 2,(3); \frac{1}{7}; -9; \frac{21}{7}; 0; -1,5 \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:

$$M_1 = \{x \in M \mid x \in \mathbb{N}\}; \quad M_2 = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Z}\}; \quad M_3 = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Q}\};$$

$$M_4 = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}\}; \quad M_5 = \{x \in M \mid x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}\}; \quad M_6 = \{x \in M \mid x \notin \mathbb{N}\}.$$

Cuprins

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI	5
1.1. Număr întreg. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi	5
1.2. Modulul unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi	10
Recapitulare și sistematizare prin teste	14
<i>Test de autoevaluare</i>	15
1.3. Adunarea numerelor întregi. Scăderea numerelor întregi	17
1.4. Proprietățile adunării numerelor întregi	20
Recapitulare și sistematizare prin teste	23
<i>Test de autoevaluare</i>	25
1.5. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietăți	27
1.6. Împărțirea numerelor întregi	32
Recapitulare și sistematizare prin teste	35
<i>Test de autoevaluare</i>	37
1.7. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Reguli de calcul cu puteri	39
1.8. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	43
Recapitulare și sistematizare prin teste	47
<i>Test de autoevaluare</i>	49
1.9. Rezolvarea unor ecuații în mulțimea numerelor întregi	51
1.10. Rezolvarea unor inecuații în mulțimea numerelor întregi	55
1.11. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor în contextul numerelor întregi	58
Recapitulare și sistematizare prin teste	61
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	62
<i>Test de autoevaluare</i>	65
Capitolul II. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE	67
2.1. Număr rațional. Mulțimea numerelor raționale	67
2.2. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor, opusul unui număr rațional, modulul unui număr rațional. Compararea și ordonarea numerelor raționale	72
Recapitulare și sistematizare prin teste	77
<i>Test de autoevaluare</i>	79
2.3. Adunarea și scăderea numerelor raționale. Proprietăți	81
2.4. Înmulțirea și împărțirea numerelor raționale. Proprietăți	86
2.5. Puterea cu exponent număr întreg a unui număr rațional nenul. Reguli de calcul cu puteri	91

2.6. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	96
Recapitulare și sistematizare prin teste	99
<i>Test de autoevaluare</i>	101
2.7. Rezolvarea unor ecuații în mulțimea numerelor raționale.....	103
2.8. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor.....	107
Recapitulare și sistematizare prin teste	110
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	112
Probleme pentru pregătirea concursurilor școlare	116
<i>Test de autoevaluare</i>	117

GEOMETRIE

Capitolul I. TRIUNghiUL	119
1.1. Triunghi. Definiție. Elemente. Clasificare. Perimetrul triunghiului	119
1.2. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. Unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior.....	123
1.3. Construcția triunghiurilor. Inegalități între elementele triunghiului.....	126
1.4. Linii importante în triunghi. Bisectoarele unghiurilor unui triunghi	130
1.5. Linii importante în triunghi. Mediatoarele laturilor unui triunghi.....	134
1.6. Linii importante în triunghi. Înălțimile unui triunghi	136
1.7. Linii importante în triunghi. Medianele unui triunghi.....	138
1.8. Congruența triunghiurilor oarecare	140
1.9. Criteriile (cazurile) de congruență a triunghiurilor	142
1.10. Metoda triunghiurilor congruente	145
Recapitulare și sistematizare prin teste	148
<i>Test de autoevaluare</i>	151
1.11. Criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice	153
1.12. Aplicații. Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi. Proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment.....	156
Recapitulare și sistematizare prin teste	160
<i>Test de autoevaluare</i>	163
1.13. Proprietățile triunghiului isoscel	165
1.14. Proprietățile triunghiului echilateral.....	168
1.15. Proprietățile triunghiului dreptunghic.	170
1.16. Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora	175
Recapitulare și sistematizare prin teste	177
<i>Test de autoevaluare</i>	179

MODELE DE TEZE SEMESTRIALE	181
MODELE DE TESTE FINALE	186
PROBLEME PENTRU PREGĂTIREA CONCURSURILOR ȘCOLARE	196
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	201

EDITURA PARALELA 45