

MATE  
2000<sup>+</sup>

Teme

Nume: .....

Prenume: .....

Clasă: .....

Școală: .....

EDITURA PARALELA 45



EDITURA PARALELA 45  
EDUCAȚIONAL

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

Redactare: Ramona Rossall  
Tehnoredactare: Iuliana Ene  
Pregătire de tipar: Marius Badea  
Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**NEGRILĂ, ANTON**

**Matematică : teme recapitulative : clasa a VI-a / Anton Negrilă,**  
Maria Negrilă. - Pitești : Paralela 45, 2020  
ISBN 978-973-47-3315-6

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,  
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.  
[www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)

**Anton Negrilă**

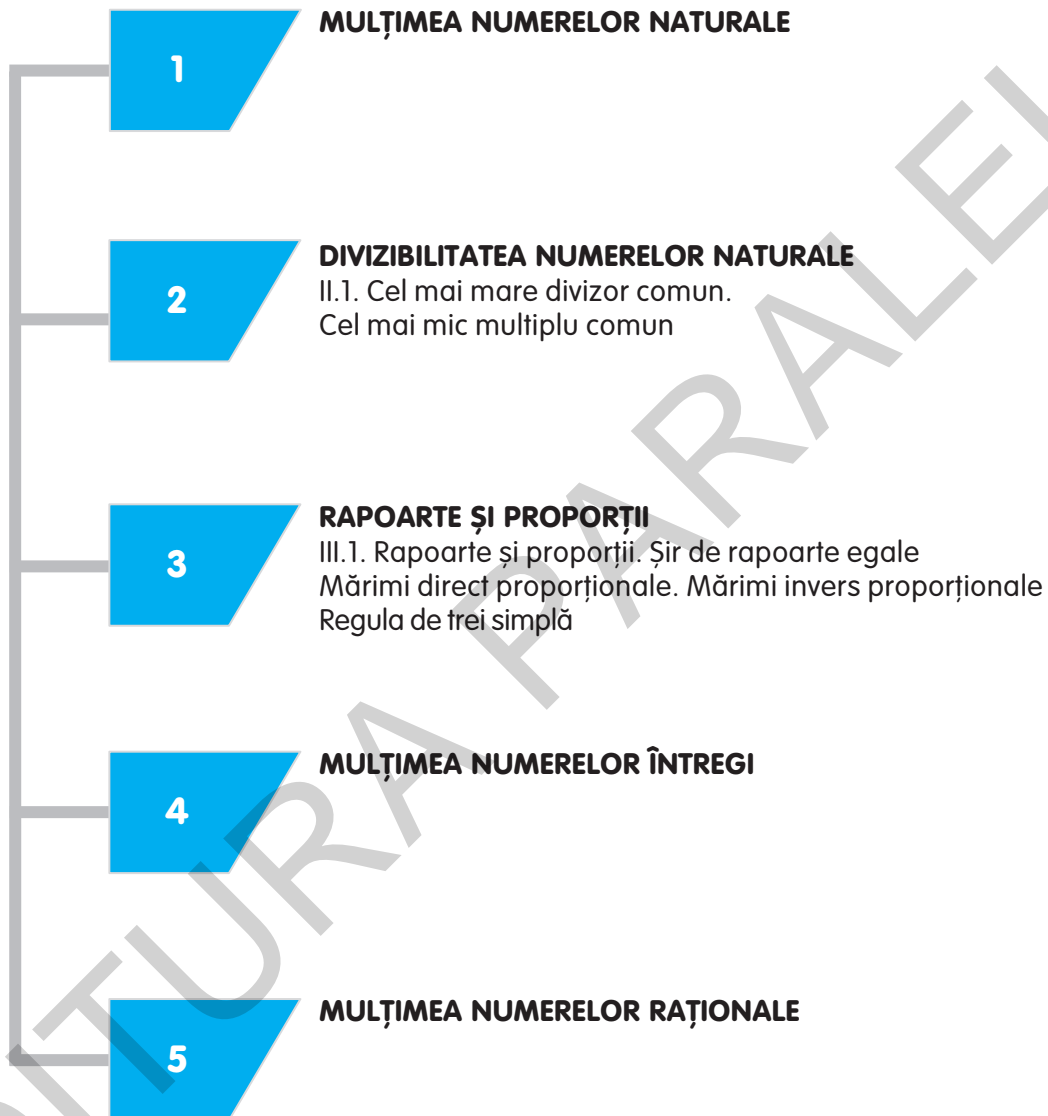
**Maria Negrilă**

# **MATEMATICĂ**

**TEME RECAPITULATIVE**

**CLASA A VI-A**

**Editura Paralela 45**



- Se consideră mulțimea  $A = \{24, 36, 45, 56, 65, 100, 123, 125, 210, 245, 300, 330\}$ .
  - Determinați mulțimile  $B = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 3\}$ ,  $C = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 2\}$  și  $D = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 5\}$ .
  - Determinați mulțimile  $B \cap C$ ,  $C \cap D$  și  $B \cap C \cap D$ .
- Se consideră mulțimile  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  și  $B = \{x \mid x = 1^n + n, \text{ unde } n \in A\}$ .
  - Determinați elementele mulțimii  $B$ .
  - Determinați card  $B$ .
- Fie mulțimile  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  și  $B = \{x \mid x = 2a + 1, \text{ unde } a \in A\}$ .
  - Determinați elementele mulțimii  $B$ .
  - Calculați  $A \cap B$  și  $A \cup B$ .
- Fie  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  și  $B = \{x \mid x = 2^a - a, \text{ unde } a \in A\}$ . Scrieți elementele mulțimii  $B$  și calculați card  $B$ .
- Determinați elementele mulțimilor:
  - $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3 \text{ sau } 2^x = 16\}$ ;
  - $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x = 1 \text{ sau } 2^x = 32\}$ ;
  - $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 5\}$ ;
  - $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 27 \text{ și } x^2 \geq 4\}$ ;
  - $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } n^2, \text{ cu } n \in \mathbb{N}\}$ .
- Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$  și  $B = \{y \mid y = x + 1, x \in A\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$  și  $B = \{y \mid y = x + 2, x \in A\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- Fie mulțimile  $A = \{1, 3, 5\}$  și  $B = \{2, 3, 4\}$ . Determinați elementele mulțimii  $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a + b, \text{ unde } a \in A \text{ și } b \in B\}$  și card  $C$ .
- Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^k + 1, k \in \mathbb{N}, k < 4\}$ . Determinați elementele mulțimilor  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \in \mathcal{D}_{18}\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \in \mathcal{D}_{12}\}$ . Determinați elementele mulțimilor  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 6\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 9\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$ ,  $(A \cup B) - \{3, 5, 7, 9, 11\}$ .
- Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 5\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 10\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$ ,  $(A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\}$ .

- 13.** Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 4 \leq 2x \leq 14\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq 2x + 1 \leq 11\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ . Arătați că  $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B) = \text{card}(A - B) + \text{card}(B - A)$ .
- 14.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x - 2 < 3\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 7 \leq 2x + 3 \leq 15\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ . Arătați că  $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ .
- 15.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 19 \leq 6x - 5 < 85\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 21 < 2x - 1 \leq 33\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $B - A$  și  $A - B$ .
- 16.** Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq 2x - 5 < 7\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 3x - 8 < 7\}$ .
- Determinați mulțimile  $A$  și  $B$ .
  - Calculați  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- 17.** Se dau mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \leq 6\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 7\}$ . Determinați elementele mulțimilor  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- 18.** Se dau mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2^x - 132 < 124 - 2^x\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 1 \in \mathcal{D}_{15}\}$ .
- Determinați elementele mulțimilor  $A$  și  $B$ .
  - Calculați  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- 19.** Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^{7x+5} < [(3^2)^4]^{5^x}\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq 2x - 3 \leq 9\}$ .
- Determinați elementele mulțimilor  $A$  și  $B$ .
  - Calculați  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- 20.** Se consideră mulțimile  $A = \{a, b, c, d\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 20\}$ , unde  $a = 2^4 \cdot (2^5)^2 : (2^3)^3 - 3^7 : (3^2)^2$ ,  $b = \{1 + [2 + 3 \cdot (4^2 - 5)] : 5\} : 2$ ,  $c = 2^2 \cdot [3^2 + 4^2 \cdot (5^2 - 2^3 \cdot 3)] : 5$ ,  $d = (3^2)^4 : 3^5 + (2^3)^2 : 2^2 - 7 \cdot (5^2)^3 : 5^5$ . Calculați  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- 21.** Se dau mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 3 < 9\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x + 2 < 11\}$  și  $C = \{a, b, c\}$ , unde  $a = 72 : \{2^5 - 2 \cdot [5^2 - (3^8 \cdot 5^3) : (3^7 \cdot 5^2)]\}$ ,  $b = (7^7 : 7^4 \cdot 7^2)^2 : 7^3$ ,  $c = [3^{14} : (3^3)^4 - (5^7)^5 : (5^2)^{17}] : 2$ . Calculați  $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ .
- 22.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 7\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x - 1 < 8\}$  și  $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 < x + 1 \leq 12\}$ . Determinați mulțimile  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A \cup B$ ,  $B \cup C$ ,  $(A \cap B) \cup C$ ,  $(A \cap C) \cup B$ ,  $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ .
- 23.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 9 < 2(2x - 3) + 7 \leq 29\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq 2(3x + 4) - 7 < 37\}$ .
- Determinați elementele mulțimilor  $A$  și  $B$ .
  - Aflați mulțimile  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .
- 24.** Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < 2[2(4x - 3) + 13] - 27 < 115\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 13 < 2[(3(2x - 3) + 17) - 27 < 97\}$ .
- Determinați mulțimile  $A$  și  $B$ .
  - Calculați  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$  și  $B - A$ .

- 25.** Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 21 < 5(3x - 3) + 4 + 3(2x - 4) + 2 \leq 168\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 11 < 3(2x - 3) + 8 + 3(x - 3) - 6 < 65\}$ . Determinați mulțimile  $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B$  și  $B - A$ .
- 26.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x < 8\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 6\}$  și  $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2a - 1, a \in B\}$ . Determinați mulțimile  $A, B, C, (A \cup B) \cap C, (A - C) \cup B, (B - C) \cup A, (C - A) \cap B, (A \cap B) \cup (B - C), A \cup B \cup C, A \cap B \cap C$ .
- 27.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2a - 1, a \in A\}$  și  $C = \{y \in \mathbb{N} \mid y = 2x + 1, x \in B\}$ . Determinați mulțimile  $A, B, C, (A \cap B) \cup (B \cap C), (A - B) \cup (B - C), (A - B) \cap (B \cap C), (B \cap C) \cup A, (A \cup B) \cap C$ .
- 28.** Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 \mid 50\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 \mid 28\}$ . Determinați elementele mulțimilor  $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$  și  $B - A$ .
- 29.** Se dau mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \mid 42\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x - 1 \mid 27\}$ . Determinați mulțimile  $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$  și  $B - A$ .
- 30.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 1 \mid 18\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 \mid 21\}$ . Determinați mulțimile  $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$  și  $B - A$ .
- 31.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 19 \text{ și } 4 \mid x + 6\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10 \text{ și } 6 \mid x + 10\}$ . Determinați elementele mulțimilor  $A, B, A \cap B, A \cup B, A - B$  și  $B - A$ .
- 32.** Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 \mid 35\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ . Determinați mulțimile  $A \cup B, A \cap B, A - B$  și  $B - A$ .
- 33.** Se dau mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x + 2 \mid 56\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 8\}$ . Determinați mulțimile  $A, B, A \cup B, A \cap B, A - B$  și  $B - A$ .
- 34.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 3 \mid 36\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 3 \mid 42\}$ . Calculați  $A \cup B, A \cap B, A - B$  și  $B - A$ .
- 35.** Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2x + 1 \mid 5x + 13\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \mid 15\}$ . Calculați  $A \cup B$  și  $A \cap B$ .
- 36.** Fie mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \mid \overline{5x7x}\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 9 \mid \overline{2x7x}\}$ . Calculați  $A \cup B$  și  $A \cap B$ .
- 37.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq 2x + 3 \leq 13\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < 2(2x + 4) - 17 \leq 33\}$ .
- Determinați mulțimile  $A$  și  $B$ .
  - Calculați  $A \cup B, A \cap B, A - B$  și  $B - A$ .
  - Aflați  $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B)$ .

# GEOMETRIE

1

## NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct.

Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare.

Bisectoarea unui unghi

I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism

I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă

I.4. Cerc. Unghi la centru

2

## TRIUNGHIUL

II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi.

Metoda triunghiurilor congruente.

Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral, ale triunghiului dreptunghic



### 1.1. UNGHIURI OPUSE LA VÂRF. UNGHIURI ÎN JURUL UNUI PUNCT. UNGHIURI SUPLEMENTARE. UNGHIURI COMPLEMENTARE. BISECTOAREA UNUI UNGHI

1. În jurul punctului  $O$  sunt patru unghiuri,  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$ , astfel încât  $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOB + 20^\circ$ ,  $\sphericalangle COD = 3\sphericalangle AOB - 10^\circ$ ,  $\sphericalangle DOA = 4\sphericalangle AOB + 30^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor.

2. Se consideră unghiurile  $XOY$ ,  $YOZ$ ,  $ZOT$  și  $TOX$  în jurul punctului  $O$  (în ordinea dată), ale căror măsuri satisfac relația  $3\sphericalangle XOY = 6\sphericalangle YOZ = 9\sphericalangle ZOT = 2\sphericalangle TOX$ . Determinați măsurile acestor unghiuri.

3. Fie unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$  în jurul punctului  $O$  (în ordinea dată), ale căror măsuri satisfac relația  $3\sphericalangle AOB = 4\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle COD = 6\sphericalangle DOA$ . Determinați măsurile acestor unghiuri.

4. Unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$  sunt unghiuri formate în jurul punctului  $O$ , adiacente două câte două, astfel încât  $\sphericalangle BOC = 4\sphericalangle AOB$ ,  $3\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle COD$  și  $\sphericalangle DOA = 9\sphericalangle AOB$ .

a) Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$ .

b) Arătați că semidreptele  $[OB$  și  $[OD$  sunt semidrepte opuse.

5. Unghiurile  $XOY$ ,  $YOZ$ ,  $ZOT$  și  $TOX$  sunt unghiuri formate în jurul punctului  $O$ , cu interioarele disjuncte, astfel încât  $\sphericalangle XOY = \frac{1}{4}\sphericalangle YOZ$ ,  $\sphericalangle YOZ = 2\sphericalangle ZOT$  și  $\sphericalangle TOX = 3\sphericalangle XOY$ .

a) Calculați măsurile unghiurilor  $XOY$ ,  $YOZ$ ,  $ZOT$  și  $TOX$ .

b) Arătați că semidreptele  $[OX$  și  $[OZ$  sunt opuse.

6. Fie  $[OA$ ,  $[OB$ ,  $[OC$ ,  $[OD$  și  $[OE$  semidrepte, în această ordine.

a) Dacă  $\sphericalangle BOC + 10^\circ = \sphericalangle AOB$ ,  $3\sphericalangle COD = 4\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle AOE = 2\sphericalangle DOE$  și  $3\sphericalangle AOE = 5\sphericalangle BOC$ , calculați măsurile acestor unghiuri.

b) Dacă  $[OF$  este bisectoarea unghiului  $AOE$ , arătați că punctele  $F$ ,  $O$  și  $C$  sunt coliniare.

7. În jurul unui punct  $O$  se consideră unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ,  $DOE$  și  $EOA$ , cu interioarele disjuncte, astfel încât  $\sphericalangle AOB = 2\sphericalangle BOC$ ,  $2\sphericalangle COD = 3\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle AOE = 2\sphericalangle COD$  și  $6\sphericalangle DOE = 5\sphericalangle AOE$ .

a) Calculați măsurile acestor unghiuri în condițiile date.

b) Arătați că punctele  $E$ ,  $O$  și  $B$  sunt coliniare.

c) Dacă  $[OX$  este bisectoarea unghiului  $BOC$  și  $[OY$  este bisectoarea unghiului  $AOE$ , calculați măsura unghiului  $XOY$ .

8. În figura 1, punctele  $A$ ,  $O$  și  $B$  sunt coliniare, iar măsurile unghiurilor  $AOC$  și  $BOD$  sunt proporționale cu 8 și, respectiv, 3. Știind că  $[OE$  este bisectoarea unghiului  $AOC$  și  $[OF$  este bisectoarea unghiului  $BOD$ , iar  $\sphericalangle COD = 3\sphericalangle BOD$ , calculați măsura unghiului  $EOF$ .

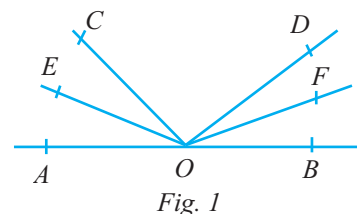


Fig. 1

9. Fie  $AOB$  un unghi alungit; în același semiplan determinat de dreapta  $AB$  se duc semidreptele  $[OC$  și  $[OD$  (în această ordine), astfel încât  $\sphericalangle AOC = \frac{3}{5}\sphericalangle COD$  și  $\sphericalangle BOD = 2\sphericalangle COD$ .

a) Calculați măsurile unghiurilor  $AOC$ ,  $COD$  și  $BOD$ .

b) Dacă semidreapta  $[OM$  este bisectoarea unghiului  $BOD$  și semidreapta  $[ON \perp [OM$  este situată în același semiplan cu  $[OM$ , calculați măsura unghiului  $CON$ .

10. Fie  $AOB$  și  $BOC$  două unghiuri adiacente și suplementare, unde  $\sphericalangle AOB = a^\circ$  și  $\sphericalangle BOC = 3a^\circ + 44^\circ$ . În același semiplan ce conține semidreapta  $[OB$  se construiesc semidreptele  $[OE$  – bisectoarea unghiului  $AOB$ ,  $[OF \perp [OE$ , și  $[OD$  – bisectoarea unghiului  $FOC$ . Calculați:

- măsurile unghiurilor  $AOB$  și  $BOC$ ;
- măsurile unghiurilor  $BOF$  și  $COD$ ;
- măsurile unghiurilor  $BOD$  și  $DOE$ .

11. În figura 2, punctele  $A, O$  și  $D$  sunt coliniare,  $O \in (AD)$ ,  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$  sunt adiacente, iar  $[OC \in \text{Int}(\sphericalangle BOD)$ . Dacă  $\sphericalangle BOC = 5\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC = \frac{5}{3}\sphericalangle COD$  și  $[OM$  este bisectoarea unghiului  $AOC$ , iar  $Q \in \text{Int}(\sphericalangle BOD)$  astfel încât  $\sphericalangle MOQ = 90^\circ$ , atunci:

- calculați măsurile unghiurilor  $AOB, BOC$  și  $COD$ ;
- arătați că  $[OQ$  este bisectoarea unghiului  $COD$ .

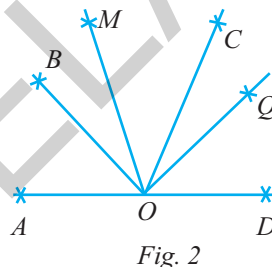


Fig. 2

12. Se consideră unghiurile adiacente  $AOB$  și  $BOC$ , pentru care avem relațiile:  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle BOC + 36^\circ$  și  $9\sphericalangle BOC = 5\sphericalangle AOB$ . Dacă  $[OM$  este bisectoarea unghiului  $AOB$  și  $[ON$  este bisectoarea unghiului  $AOC$ , calculați măsurile unghiurilor  $AOB, BOC, AOC$  și  $MON$ .

13. Unghiurile  $AOB$  și  $BOC$ , adiacente, au bisectoarele perpendiculare. Aflați măsura fiecărui unghi, știind că  $\sphericalangle BOC = 5\sphericalangle AOB$ . Dacă  $[OD$  este bisectoarea unghiului  $BOC$ ,  $[OM$  este bisectoarea unghiului  $BOD$  și  $[ON \perp OM$ , calculați măsura unghiului  $AON$ .

14. Se consideră unghiul  $XOY < 90^\circ$ . În semiplanul determinat de  $[OX$ , care conține  $[OY$ , se duc semidreptele  $[OA \perp [OX$  și  $[OB \perp [OY$ . Se notează cu  $[OC$  bisectoarea unghiului  $BOX$ .

- Dacă  $\sphericalangle XOC = \sphericalangle XOY + 20^\circ$ , calculați unghiul  $XOY$ .
- Dacă  $[OY$  este bisectoarea unghiului  $XOC$ , atunci  $\sphericalangle AOY = 2\sphericalangle BOA$ .

15. Fie unghiurile  $AOB, BOC, COD$  și  $DOA$  în jurul punctului  $O$ , adiacente două câte două în această ordine. Se știe că  $3\sphericalangle AOB = 4\sphericalangle BOC = 6\sphericalangle COD = 2\sphericalangle DOA$  și  $[OM$  este opusă semidreptei  $[OB$ , iar  $[ON$  este bisectoarea unghiului  $DOC$ .

- Calculați măsurile unghiurilor  $AOB, BOC, COD$  și  $DOA$ .
- Arătați că  $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle BON$ .
- Arătați că  $[OM$  este bisectoarea unghiului  $AON$ .

16. Se consideră  $AOD$  un unghi alungit și, în același semiplan, semidreptele  $[OB$  și  $[OC$  astfel încât măsurile unghiurilor  $AOB, BOC, COD$  să fie proporționale cu numerele 3, 4 și, respectiv, 8. Fie  $[OM$  bisectoarea unghiului  $BOC$  și  $[OP \perp [OM$ , astfel încât  $[OM$  și  $[OP$  să fie situate în semiplane diferite.

- Calculați măsurile unghiurilor  $AOB, BOC$  și  $COD$ .
- Calculați măsurile unghiurilor  $MOD$  și  $POD$ .
- Arătați că  $2\sphericalangle AOM = \sphericalangle MOD$ .
- Dacă  $[ON$  este semidreapta opusă semidreptei  $[OB$ , aflați măsura unghiului  $PON$ .

17. Se consideră unghiurile  $AOB$  și  $BOC$ , astfel încât  $\sphericalangle AOB = 3\sphericalangle BOC$ , și semidreptele  $[OM$  – bisectoarea unghiului  $AOB$  și  $[ON$  – bisectoarea unghiului  $BOC$ , cu  $\sphericalangle MON = 40^\circ$ . Calculați:

- măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$  și  $AOC$ ;
- măsura unghiului  $AOB'$ , unde  $[OB'$  este opusă semidreptei  $[OB$ .

Analizați toate cazurile posibile.

18. Se consideră unghiurile adiacente  $AOB$  și  $BOC$ , astfel încât  $[OM$  este bisectoarea unghiului  $AOB$  și  $[ON$  este bisectoarea unghiului  $BOC$ , iar  $\sphericalangle MON = 75^\circ$ .

- Determinați  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$ , știind că  $3\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOB$ .
- Dacă  $[OT \perp [OM$ , astfel încât punctele  $M$  și  $T$  sunt de aceeași parte cu punctul  $B$  față de  $[OA$ , arătați că  $[OT$  este bisectoarea unghiului  $CON$ .

19. Unghiurile  $AOB$  și  $BOC$  sunt adiacente. Bisectoarea  $[OM$  a unghiului  $AOB$  formează unghiul  $MOC$  de  $85^\circ$  și bisectoarea  $[ON$  a unghiului  $BOC$  formează unghiul  $MON$  de  $60^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$  și  $AOC$ .

20. Fie  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$  adiacente și suplementare astfel încât  $\sphericalangle BOC = 2\sphericalangle AOB + 45^\circ$ .

- Calculați măsurile celor două unghiuri.
- Dacă  $[OE$  este bisectoarea unghiului  $AOB$  și  $[OD \perp [OE$ ,  $D$  fiind în același semiplan cu  $E$  față de  $AC$ , arătați că  $[OD$  este bisectoarea unghiului  $BOC$ .

21. a) Determinați unghiul care are suplementul de patru ori mai mare decât complementul său.

- Determinați unghiul care are suplementul complementului său cu  $10^\circ$  mai mare decât suplementul său.

22. Fie  $AOB$  și  $BOC$  două unghiuri adiacente și suplementare. Știind că suplementul complementului unghiului  $AOB$  este cu  $100^\circ$  mai mare decât complementul suplementului unghiului  $BOC$ , calculați măsurile unghiurilor  $AOB$  și  $BOC$ .

23. Fie  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ,  $DOE$  și  $EOA$  unghiuri în jurul unui punct, în această ordine, cu interioarele disjuncte, astfel încât  $\sphericalangle BOC = \sphericalangle AOB + n^\circ$ ,  $\sphericalangle COD = \sphericalangle BOC + n^\circ$ ,  $\sphericalangle DOE = \sphericalangle COD + n^\circ$ ,  $\sphericalangle EOA = \sphericalangle DOE + n^\circ$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , iar  $[OA$  și  $[OD$  sunt semidrepte opuse.

- Calculați măsura unghiului  $AOB$ .

b) Dacă  $[OM$  este bisectoarea unghiului  $AOB$  și  $[ON$  este bisectoarea unghiului  $COD$ , iar  $OM \equiv OE$ , arătați că  $MN \equiv NE$ .

24. Fie  $AOB$  și  $BOC$  unghiuri adiacente și suplementare ( $\sphericalangle AOB < \sphericalangle BOC$ ). În semiplanul ce conține  $[OB$  se construiesc  $[OD \perp [OB$  și  $[OF \perp [AC$ . Dacă  $[ON$  este bisectoarea unghiului  $AOB$ ,  $[OP$  este bisectoarea unghiului  $FOD$  și  $3\sphericalangle AOB = 2\sphericalangle COD$ , calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $NOP$ .

25. Fie  $AOD$  un unghi alungit. În același semiplan determinat de dreapta  $AD$  se construiesc semidreptele  $[OB$  și  $[OC$ , astfel încât măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$  și  $COD$  să fie proporționale cu numerele 2, 3 și, respectiv, 5. Se știe că  $[OM$  este bisectoarea unghiului  $AOB$  și  $[ON \perp [OM$ ,  $[ON$  și  $[OM$  fiind situate în semiplane diferite, iar  $[OP$  este opusă semidreptei  $[OC$ .

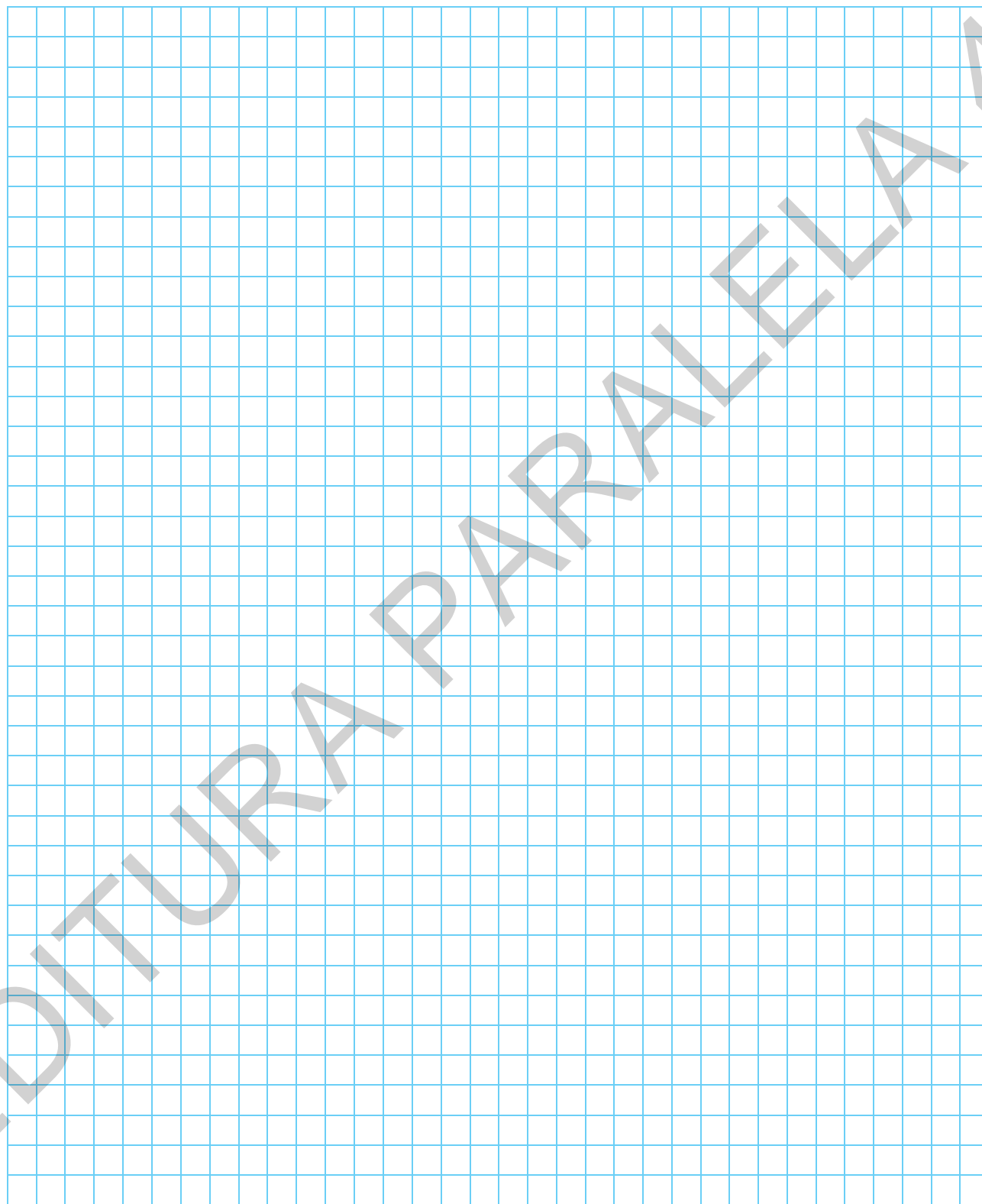
- Calculați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $BOC$  și  $COD$ .
- Calculați măsurile unghiurilor  $MOD$ ,  $NOD$ ,  $POB$  și  $POD$ .

## ALGEBRĂ

## CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

1. a)  $B = \{24, 36, 45, 123, 210, 300, 330\}$ ,  $C = \{24, 36, 56, 100, 210, 300, 330\}$ ,  $D = \{45, 65, 100, 125, 210, 245, 300, 330\}$ ;  
 b)  $B \cap C = \{24, 36, 210, 300, 330\}$ ,  $C \cap D = \{100, 210, 300, 330\}$ ,  $B \cap C \cap D = \{210, 300, 330\}$ . 2. a)  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ;  
 b)  $\text{card } B = 4$ . 3. a)  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ; b)  $A \cap B = \{1, 3\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 7\}$ . 4.  $B = \{1, 2, 5, 12, 27, 58\}$ ,  $\text{card } B = 6$ .  
 5. a)  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ; b)  $B = \{0, 5\}$ ; c)  $C = \{2, 4, 8, 16, 32\}$ ; d)  $D = \{2, 3, 4, 5\}$ ; e)  $E = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$ . 6.  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A - B = \{0\}$ ,  $B - A = \{7\}$ .  
 7.  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A - B = \{0, 1\}$ ,  $B - A = \{6, 7\}$ . 8.  $C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $\text{card } C = 7$ . 9.  $A = \{3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 9\}$ ,  $A \cap B = \{3, 5, 9\}$ ,  $A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $A - B = \{7\}$ ,  $B - A = \{2\}$ . 10.  $A = \{0, 1, 2, 5, 8, 17\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ,  $A \cap B = \{1, 2\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 17\}$ ,  $A - B = \{0, 5, 8, 17\}$ ,  $B - A = \{3, 4, 6, 12\}$ . 11.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A - B = \{1\}$ ,  $B - A = \{6, 7, 8\}$ ,  $(A \cup B) - \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ .  
 12.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A - B = \{1, 2\}$ ,  $B - A = \{6, 7, 8, 9\}$ ,  $(A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{4\}$ . 13.  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $A - B = \{6, 7\}$ ,  $B - A = \{1\}$ ,  $\text{card}(A \cup B) = 7$ ,  $\text{card}(A \cap B) = 4$ ,  $\text{card}(A - B) = 2$ ,  $\text{card}(B - A) = 1$ ,  $7 - 4 = 2 + 1$  (A).  
 14.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4\}$ ,  $A - B = \{1\}$ ,  $B - A = \{5, 6\} \Rightarrow (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 5, 6\}$ ,  $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 5, 6\}$ . 15.  $A = \{4, 5, 6, \dots, 13, 14\}$ ,  $B = \{12, 13, 14, \dots, 16, 17\}$ ,  $A \cap B = \{12, 13, 14\}$ ,  $A \cup B = \{4, 5, 6, \dots, 15, 16, 17\}$ ,  $B - A = \{15, 16, 17\}$ ,  $A - B = \{4, 5, 6, \dots, 11\}$ . 16. a)  $A = \{3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ; b)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4\}$ ,  $A - B = \{5\}$ ,  $B - A = \{1, 2\}$ . 17.  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ ,  $A - B = \{0, 1, 2\}$ ,  $B - A = \{6\}$ . 18. a)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 16\}$ ; b)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 16\}$ ,  $A \cap B = \{2, 4, 6\}$ ,  $A - B = \{1, 3, 5\}$ ,  $B - A = \{16\}$ . 19. a)  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ; b)  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3, 4\}$ ,  $A - B = \{0, 1\}$ ,  $B - A = \{5, 6\}$ . 20.  $A = \{4, 5, 8, 20\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20\}$ ,  $A \cap B = \{4, 5, 20\}$ ,  $A - B = \{8\}$ ,  $B - A = \{1, 2, 10\}$ .  
 21.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $C = \{2, 6, 7\}$ ,  $A \cap C = \{2\}$ ,  $B \cap C = \{6, 7\}$ ,  $(A \cap C) \cup (B \cap C) = \{2, 6, 7\}$ .  
 22.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $(A \cap B) \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ,  $A \cap C = \{6, 7\}$ ,  $(A \cap C) \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $B \cap C = \{6, 7, 8\}$ ,  $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . 23. a)  $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ; b)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ ,  $A - B = \{6, 7\}$ ,  $B - A = \{1, 2\}$ . 24. a)  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ; b)  $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A - B = \{2\}$ ,  $B - A = \{8\}$ . 25.  $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cap B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A - B = \{3, 9\}$ ,  $B - A = \emptyset$ . 26.  $A = \{4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $(A \cup B) \cap C = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $A - C = \{4, 6\}$ ,  $(A - C) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B - C = \{2, 4, 6\}$ ,  $(B - C) \cup A = \{2, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $C - A = \{1, 3, 9, 11\}$ ,  $(C - A) \cap B = \{1, 3\}$ ,  $A \cap B = \{4, 5, 6\}$ ,  $(A \cap B) \cup (B - C) = \{2, 4, 5, 6\}$ ,  $A \cap B \cap C = \{5\}$ ,  $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$ .  
 27.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $C = \{3, 7, 11, 15\}$ ,  $A \cap B = \{1, 3\}$ ,  $B \cap C = \{3, 7\}$ ,  $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{1, 3, 7\}$ ,  $A - B = \{2, 4\}$ ,  $B - C = \{1, 5\}$ ,  $(A - B) \cup (B - C) = \{1, 2, 4, 5\}$ ,  $(A - B) \cap (B \cap C) = \emptyset$ ,  $(B \cap C) \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ ,  $(A \cup B) \cap C = \{3, 7\}$ . 28.  $A = \{0, 2, 12\}$ ,  $B = \{2, 5, 12, 26\}$ ,  $A \cup B = \{0, 2, 5, 12, 26\}$ ,  $A \cap B = \{2, 12\}$ ,  $A - B = \{0\}$ ,  $B - A = \{5, 26\}$ . 29.  $A = \{1, 2, 4, 11\}$ ,  $B = \{2, 4, 10, 28\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 4, 10, 11, 28\}$ ,  $A \cap B = \{2, 4\}$ ,  $A - B = \{1, 11\}$ ,  $B - A = \{10, 28\}$ . 30.  $A = \{1, 2, 5, 8, 17\}$ ,  $B = \{1, 5, 19\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 5, 8, 17, 19\}$ ,  $A \cap B = \{1, 5\}$ ,  $A - B = \{2, 8, 17\}$ ,  $B - A = \{19\}$ . 31.  $A = \{2, 6, 10, 14, 18\}$ ,  $B = \{2, 8\}$ ,  $A \cap B = \{2\}$ ,  $A \cup B = \{2, 6, 8, 10, 14, 18\}$ ,  $A - B = \{6, 10, 14, 18\}$ ,  $B - A = \{8\}$ . 32.  $A = \{0, 2, 3, 17\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 17\}$ ,  $A \cap B = \{0, 2, 3\}$ ,  $A - B = \{17\}$ ,  $B - A = \{1, 4, 5\}$ . 33.  $A = \{0, 2, 4, 18\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 18\}$ ,  $A \cap B = \{2, 4\}$ ,  $A - B = \{0, 18\}$ ,  $B - A = \{3, 5, 6, 7, 8\}$ . 34.  $A = \{0, 1, 3, 6, 9, 15, 33\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 12\}$ ,  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 9, 12, 15, 33\}$ ,  $A \cap B = \{3\}$ ,  $A - B = \{0, 1, 6, 9, 15, 33\}$ ,  $B - A = \{2, 5, 12\}$ . 35.  $A = \{1, 3, 10\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 8\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 8, 10\}$ ,  $A - B = \{10\}$ ,  $B - A = \{2, 8\}$ . 36.  $A = \{0, 3, 6, 9\}$ ,  $B = \{0, 9\}$ ,  $A \cup B = \{0, 3, 6, 9\}$ ,

# NOTIȚELE ELEVULUI



EDITURA PARALELA 45

# CUPRINS

<b>ALGEBRĂ</b> .....	<b>5</b>
<b>CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE</b> .....	<b>7</b>
<b>CAPITOLUL II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE</b> .....	<b>12</b>
II.1. Cel mai mare divizor comun. Cel mai mic multiplu comun .....	12
<b>CAPITOLUL III. RAPOARTE ȘI PROPORȚII</b> .....	<b>18</b>
III.1. Rapoarte și proporții. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Regula de trei simplă .....	18
<b>CAPITOLUL IV. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI</b> .....	<b>28</b>
<b>CAPITOLUL V. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE</b> .....	<b>36</b>
<b>GEOMETRIE</b> .....	<b>47</b>
<b>CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE</b> .....	<b>49</b>
I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare. Bisectoarea unui unghi .....	49
I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism .....	52
I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă .....	54
I.4. Cerc. Unghi la centru .....	57
<b>CAPITOLUL II. TRIUNGHIUL</b> .....	<b>60</b>
II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi. Metoda triunghiurilor congruente. Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral, ale triunghiului dreptunghic .....	60
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI</b> .....	<b>65</b>
<b>NOTIȚELE ELEVULUI</b> .....	<b>81</b>