Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.C. nr. 5318/21.11.2019.

Redactare: Ramona Rossall, Daniel Mitran
Corectură: Andreea Roşca
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu, Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
ZAHARIA, MARIA
Caiet de vacanță - matematică : clasa a VII-a : suport teoretic, exerciții şi probleme aplicative / Maria Zaharia. - Ed. a 2-a, reviz.. - Piteşti : Paralela 45, 2020
ISBN 978-973-47-3187-9

51

Maria Zaharia

Caiet de vacanță
Matematică

Clasa a VII-a

Suport teoretic, exerciții și probleme aplicative

Ediția a II-a, revizuită

Editura Paralela 45

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I
MULȚIMEA NUMERELOR REALE

I.1 Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional

1. a) Dacă x este un număr natural, întreg sau rațional, atunci x^2 este .... lui x și despre numărul x^2 se spune că este ....

b) Rădăcina pătrată a unui număr pozitiv a este numărul pozitiv notat ...., al cărui pătrat ....

2. a) Dacă a și p sunt două numere pozitive, atunci $\sqrt{a} = p$ dacă și numai dacă ....

b) Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural este ....

3. a) Operația prin care se află rădăcina pătrată a unui număr pozitiv se numește .... din acel număr.

b) Pentru a extrage rădăcina pătrată dintr-un pătrat perfect se descompune .... și se folosește proprietatea $n = p^2 \Leftrightarrow \sqrt{n} =$ ....

4. a) Prin estimare se înțelege ....

b) A estima rădăcina pătrată a unui număr înseamnă ....

5. a) Pentru a estima, pentru a aproxima prin adaos sau prin lipsă la un anumit ordin de mărime rădăcina pătrată dintr-un număr pozitiv care nu este pătrat perfect, se folosește ....

b) A calcula rădăcina pătrată a numărului 2, care nu este ...., cu o eroare mai mică decât 0,00001, înseamnă a scrie $\sqrt{2} = 1{,}414213562...$ cu ajutorul unui .... și a scrie rezultatul luând în considerație doar .... zecimale, adică $\sqrt{2} =$ ....

6. a) Dacă $n \in \{0, 1, 2, 7, 11, 12\}$, atunci $n^2 \in \{$..........................$\}$.

b) Dacă $n^2 \in \{9, 16, 25, 36, 64, 81, 100\}$, atunci $\sqrt{n^2} \in \{$...$\} =$ $=$ ....

7. Se consideră mulțimea $M = \{8, 121, 72, 144, 49, 169\}$.

a) Elementele mulțimii M care sunt pătrate perfecte sunt ....

b) Rădăcinile pătrate ale numerelor naturale pătrate perfecte din mulțimea M sunt ....

8. a) Ultima cifră a unui număr natural pătrat perfect poate fi: ....

b) Dacă ultima cifră a unui număr natural este 2, 3, 7 sau 8, atunci numărul respectiv ....

....

9. a) Dacă ultima cifră a unui număr este 4, atunci numărul respectiv poate ....

.... sau ....

b) Numerele 14, 24, 34, 44, 54 ş.a.m.d. au ultima cifră 4 şi nu sunt ....

c) Numerele 4, 64, 144, 324 ş.a.m.d. au ultima cifră 4 şi sunt ....;
$4 = 2^2$; $64 = 8^2$; $144 = 12^2$; $324 = 18^2$.

10. a) Dacă $\sqrt{\overline{1xy}}$ este număr natural, atunci $\overline{1xy} \in$ ....

....

b) Dacă $\sqrt{\overline{3ab}}$ este număr natural, atunci $a + b \in$ ....

....

11. Rădăcinile pătrate ale numerelor:

a) $2^2 \cdot 3^4$; $2^6 \cdot 5^2$; $5^4 \cdot 7^2$; $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ sunt ....;

b) 576; 1024; 1764; 15876 sunt ....

12. a) Pătratele perfecte mai mici decât 51 sunt ....

b) Pătratele perfecte cuprinse între 200 şi 391 sunt ....

13. a) Mulţimea $M = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^2 \leq x < 6^2\}$ are .... elemente.

b) Numărul pătratelor perfecte cuprinse între 2^2 şi 7^2 este egal cu ....

14. Efectuând următoarele calcule se obţine:

a) $\sqrt{13^2 - 5^2} =$ ....;

b) $\sqrt{12^2 + 16^2} =$ ....;

c) $\sqrt{2 \cdot 3^2 + 7 \cdot 3^2} =$ ....;

d) $\sqrt{9 \cdot 5^2 - 8 \cdot 5^2} =$ ....

15. a) Pătratele perfecte de trei cifre sunt: ....

....

b) Numerele de forma $5n + 2$, $5n + 3$, $5n + 7$ şi $5n + 8$ nu pot fi pătrate perfecte deoarece

....

....

16. Folosind un calculator, scrieţi cu două zecimale exacte numerele:

a) $\sqrt{19} =$ ....; b) $\sqrt{111} =$ ....; c) $\sqrt{631} =$ ....

17. a) Două numere întregi consecutive între care se poate încadra numărul $\sqrt{31}$ sunt .... şi ....

b) Aproximarea prin lipsă la sutimi a numărului $\sqrt{31}$ este ....

c) Aproximarea prin adaos la miimi a numărului $\sqrt{31}$ este ....

d) Rotunjirea la zecimi de miimi a numărului $\sqrt{31}$ este ....

18. Numerele naturale x pentru care:

a) $4 < \sqrt{x} < 5$ sunt: .... ;

b) $\sqrt{3} < x < \sqrt{19}$ sunt: ....

19. Trei numere raționale cuprinse între:

a) $\sqrt{2}$ şi $\sqrt{3}$ sunt: .... ;

b) $\sqrt{17}$ şi $\sqrt{18}$ sunt: ....

20. Se consideră mulțimile: $A = \left\{0; \frac{1}{2^0}; \frac{1}{2^1}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \frac{64}{16}\right\}$ şi $B = \left\{\sqrt{x}, x \in A \text{ şi } \sqrt{x} \in \mathbb{N}\right\}$. Cardinalul mulțimii B este ...., deoarece $B = \{$..................$\}$.

21. Se consideră mulțimea $A = \left\{\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; ...; \frac{1}{19}; \frac{1}{20}\right\}$. Mulțimea $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 \in A\}$ are .... elemente.

22. Se consideră mulțimea $M = \left\{\sqrt{0{,}16}; \sqrt{\frac{9}{49}}; \sqrt{\frac{121}{25}}; \sqrt{\frac{4}{169}}\right\}$. Numărul fracțiilor subunitare din această mulțime este egal cu ....

23. Calculând rădăcinile pătrate ale numerelor: $\frac{25}{49}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; 0,25; $\frac{1}{2500}$; $\frac{196}{324}$ se obțin rezultatele:

....

24. Precizați rădăcina pătrată a numărului n cu aproximație de o unitate (prin lipsă şi prin adaos) dacă:

a) $n = 37$; b) $n = 71$.

Soluţie: a) Deoarece $36 < 37 < 49$, adică $6^2 < 37 < 7^2$, rezultă că $6 < \sqrt{37} < 7$ şi $\sqrt{37} \approx 6$ (prin lipsă), respectiv $\sqrt{37} \approx 7$ (prin adaos).

....

....

25. Demonstrați că numărul $n = 2019 + 2(1 + 2 + 3 + ... + 2018)$ este pătrat perfect.

1.2 Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical

1. a) Un număr natural $b \geq 2$ este liber de pătrate dacă ....

b) Numerele: 10, 33, 11, 35, 210 sunt ....

c) Numerele: 18, 20, 75, 98, 847 nu sunt ....

2. a) Dacă a şi b sunt două numere reale pozitive, atunci $\sqrt{a^2 b} =$ ...., unde b este liber de pătrate şi se spune că am folosit ....

b) Pentru $b = 1$ se obține $\sqrt{a^2} =$ ....

3. Scrieți numărul $\sqrt{112}$ sub forma $a\sqrt{b}$, cu b liber de pătrate: ....

4. a) Dacă a şi b sunt numere reale pozitive, atunci $a\sqrt{b} = \sqrt{\ldots\ldots}$ se numeşte formula de ....

b) Scrieți numărul $3\sqrt{12}$ sub forma $\sqrt{a}$: ....

5. a) Descompunerea în factori primi a numerelor 28, 180, 147 este: ....; ....; ....

b) Scriind numerele de la punctul a) sub forma $a\sqrt{b}$, cu b liber de pătrate, se obțin rezultatele: ....; ....; ....

6. Introducând factorii sub radical se obține:

a) $2\sqrt{5} =$ .... = ... = ...; b) $7\sqrt{2} =$ .... = ... = ...;

c) $3\sqrt{7} =$ .... = ... = ...; d) $4\sqrt{6} =$ .... = ... = ...

7. a) Cel mai mic număr întreg mai mare decât $2^2 \cdot 5\sqrt{3}$ este ....

b) Cel mai mare număr întreg mai mic decât $2^2 \cdot 5\sqrt{3}$ este ....

8. Se consideră numărul $3\sqrt{10}$.

a) Introducând factorii sub radical şi scriind două numere întregi consecutive între care se poate încadra numărul se obține: ....

b) Aproximarea prin lipsă şi prin adaos de o unitate a numărului este ...., respectiv ....

9. a) Cifra sutimilor numărului $6\sqrt{5}$ este ....

b) Cifra miimilor numărului $11\sqrt{2}$ este ....

10. Dacă *n* este un număr natural, scoţând factorii de sub radical se obţine:

a) $\sqrt{25^n + 25^{n+1} + 25^{n+2}}$ = ...;

b) $\sqrt{50^n \cdot 18^{n+1} \cdot 9^n}$ = ...

1.3 Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale. Incluziunile $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Modulul unui număr real

1. a) Numărul irațional este o fracție ....

b) Trei exemple de numere iraționale sunt: ....

c) Mulțimea numerelor iraționale se notează cu ....

2. a) Mulțimea numerelor naturale este $\mathbb{N}$ = ...

b) Mulțimea numerelor întregi este $\mathbb{Z}$ = ...

c) Mulțimea numerelor raționale este $\mathbb{Q}$ = ...

d) Mulțimea numerelor reale este: ....

3. Având în vedere că orice număr natural este număr întreg, că orice număr întreg este număr rațional şi că orice număr rațional este număr real, între mulțimile $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ şi $\mathbb{R}$ există incluziunile: ....

4. Un număr real *x* poate fi:

a) negativ şi notăm ....;

b) nul şi notăm ....;

c) pozitiv şi notăm ....

5. a) Modulul numărului real pozitiv *a* este .... şi se notează $|a|$ = ..., iar modulul numărului negativ *a* este .... şi se notează $|a|$ = ...

1. a) Desenați **un patrulater *ABCD* convex**.

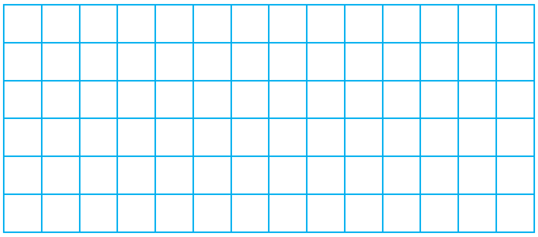

Fig. 1.a

b) Desenați **un patrulater *MNPQ* concav**.

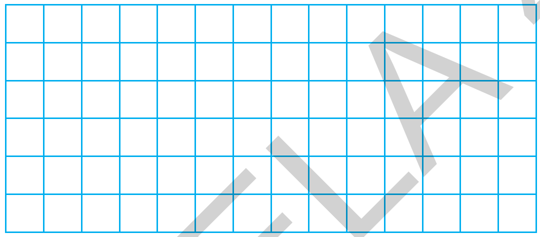

Fig. 1.b

2. Examinați cu atenție figura 2. Explicați de ce figura *ABCD* nu este un patrulater.

Demonstrație: În figura alăturată *ABCD* nu este patrulater, deoarece segmentele *AD* și *BC* ....

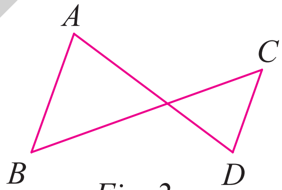

Fig. 2

3. Desenați un patrulater convex *ABCD* care să aibă:

a) două laturi opuse congruente;
b) două laturi opuse paralele și congruente;
c) două unghiuri alăturate suplementare;
d) două unghiuri alăturate congruente.

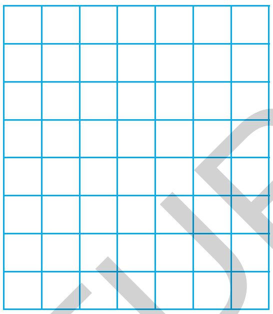

Fig. 3.a

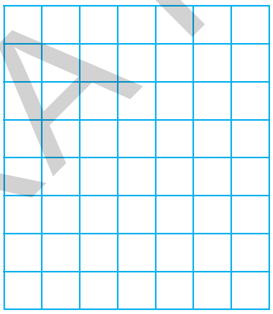

Fig. 3.b

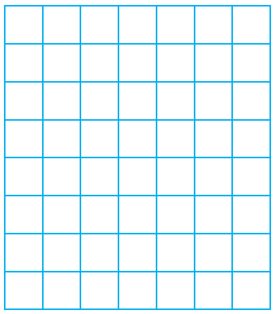

Fig. 3.c

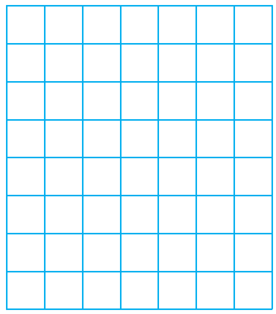

Fig. 3.d

4. Fie patrulaterul convex *ABCD* din figura alăturată. Calculați suma măsurilor unghiurilor patrulaterului.

Demonstrație: În ΔABC suma măsurilor unghiurilor este de 180°, adică:

$\sphericalangle CAB + \sphericalangle ABC + \sphericalangle BCA =$ ....° (1).

În triunghiul *ADC* ...., adică

.... = 180° (2).

Din (1) și (2) $\Rightarrow$ ....

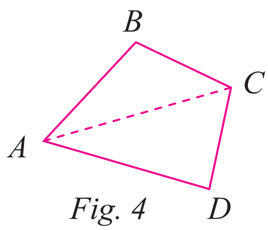

Fig. 4

5. a) Judecați și notați dacă se poate construi un patrulater convex, astfel încât suma măsurilor a trei unghiuri să fie 170°.

b) Un patrulater *ABCD* are unghiurile *A* și *C* drepte și unghiul *B* ascuțit. Demonstrați că unghiul *D* este obtuz.

Demonstrație: a) Cum suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este de ....° și suma măsurilor celor trei unghiuri este 170°, înseamnă că măsura .... ar fi 360° – 170° = ...°, ceea ce ...., deoarece $0° \leq x° \leq 180°$.

Deci, ...

b) În figura alăturată: $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360°$. Dar $\sphericalangle A + \sphericalangle C = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow \sphericalangle B + \sphericalangle D =$ .... = ...° $\Rightarrow \sphericalangle D =$ ....°. Cum $\sphericalangle B$ este unghi ascuțit $\Rightarrow$
$\Rightarrow \sphericalangle B <$ ....° $\Rightarrow \sphericalangle D >$ ....°, adică $\sphericalangle D$ este unghi obtuz.

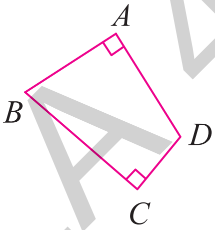

Fig. 5

6. Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că ele sunt direct proporționale cu numerele 2, 3, 4 și 6.

Demonstrație: Fie patrulaterul *ABCD*. Avem: $\frac{\sphericalangle A}{2} = \frac{\sphericalangle B}{3} = \frac{\sphericalangle C}{4} = \frac{\sphericalangle D}{6} = \frac{\text{..........}}{2+3+4+6} = \frac{360°}{\text{......}} = 24°$.

Din $\frac{\sphericalangle A}{2} = 24° \Rightarrow \sphericalangle A = 2 \cdot 24° = 48°$ ....

....

....

....

Deci, măsurile unghiurilor patrulaterului sunt: 48°, ...°, ...°, ...°.

7. Specificați care dintre figurile ce urmează este paralelogram; justificați răspunsul dat.

Demonstrație: *ABCD* ....,

deoarece *AB* || *CD* și ....

MNPQ ....,

deoarece *MN* || *PQ* și ....

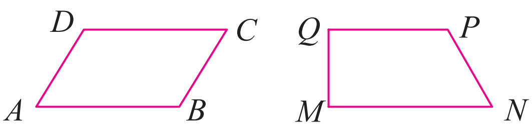

Fig. 6

8. Enunțați proprietățile paralelogramului:

a) Într-un paralelogram, laturile ....,
adică $AB \equiv CD$ și .... ≡ ....

b) Într-un paralelogram, unghiurile opuse sunt ....,
adică $\sphericalangle A \equiv$ .... și $\sphericalangle B \equiv$ ....

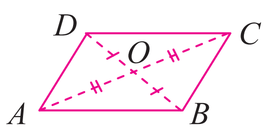

Fig. 7

c) Într-un paralelogram, unghiurile alăturate sunt ...., adică $\sphericalangle A + \sphericalangle B =$ ....°.

d) Într-un paralelogram, diagonalele ...., adică $AO \equiv$ .... și $BO \equiv$ ....

e) Punctul de intersecție a diagonalelor unui paralelogram este .... al acestuia, adică $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow O$ este .... al paralelogramului *ABCD*.

9. În paralelogramul $ABCD$ se știe că: $\sphericalangle A = 60°$, $AB = 3$ cm și $BO = 1$ cm. Calculați măsurile unghiurilor B, C și D ale paralelogramului și lungimile segmentelor DO și BD.

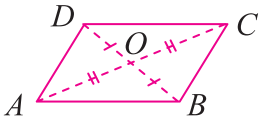

Fig. 8

Soluție: Într-un paralelogram, unghiurile opuse sunt .... $\Rightarrow \sphericalangle C =$ .... $=$ $=$ ....°. Într-un paralelogram, unghiurile consecutive (alăturate) sunt ...., adică $\sphericalangle A + \sphericalangle B =$ $=$ ....° $\Rightarrow 60° + \sphericalangle B = 180° \Rightarrow \sphericalangle B =$ .... $=$ ....°. Cum $\sphericalangle D \equiv \sphericalangle B \Rightarrow \sphericalangle D =$ .... Într-un paralelogram, diagonalele .... $\Rightarrow BO \equiv DO \Rightarrow DO = BO = 1$ cm $\Rightarrow BD =$ .... cm.

10. Fie A, B, C trei puncte necoliniare și O mijlocul segmentului AC. Dacă D este simetricul punctului B față de punctul O, specificați natura patrulaterului $ABCD$.

Soluție: Punctul D este .... punctului B față de punctul O; înseamnă că O este .... segmentului BD. Dar O este și .... segmentului AC. Cum diagonalele patrulaterului $ABCD$ au același mijloc, rezultă că $ABCD$ este ....

11. Analizați figura alăturată și demonstrați că patrulaterul $ABCD$ este un paralelogram.

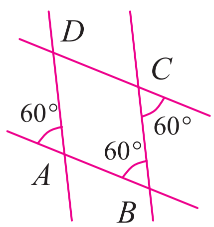

Fig. 9

Soluție: Dreptele AD și BC formează cu secanta AB unghiuri .... $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ dreptele AD și BC sunt .... Dreptele AB și CD formează cu secanta BC unghiuri .... $\Rightarrow$ dreptele AB și CD sunt .... Deci, patrulaterul $ABCD$ este un paralelogram deoarece laturile opuse sunt .... două câte două.

12. Fie $ABCD$ un paralelogram, punctul $O \in AC$ cu $OA = OC$ și M un punct oarecare pe segmentul AB. Dacă N este simetricul lui M față de O, demonstrați că $AMCN$ este paralelogram.

Soluție: Cum punctul N este .... punctului M față de punctul $O \Rightarrow O$ este .... segmentului MN. Dar O este și .... segmentului AC. Deci, patrulaterul ....

13. Construiți triunghiul ABC cu $AB = 2$ cm, $BC = 1$ cm și $AC = 2,5$ cm.

Soluţie: Se construieşte segmentul AC de lungime 2,5 cm. Se construiesc cercul cu centrul în A şi de rază 2 cm şi cercul cu centrul în C şi de rază 1 cm. Fie B unul dintre punctele de intersecție a celor două cercuri. Triunghiul determinat de punctele A, B şi C este triunghiul căutat. Într-adevăr, $AC = 2,5$ cm, $AB = 2$ cm (raza cercului cu centrul în A) şi $BC = 1$ cm (raza cercului cu centrul în C).

14. Construiți și explicați cum se construiește un paralelogram $MNPQ$, astfel încât $MN = 2$ cm, $NP = 1$ cm şi $MP = 2,5$ cm.

Soluţie: Se construieşte triunghiul MNP (ca în problema precedentă), adică ....

....

....

....

Fie O mijlocul segmentului MP şi fie Q simetricul punctului N față de punctul O. Cum O este mijlocul segmentelor .... şi ...., înseamnă că $MNPQ$ este ....

15. Explicați cum construiți un paralelogram $ABCD$, astfel încât $AC = 5$ cm, $BD = 4$ cm şi $\sphericalangle AOB = 55°$.

Soluţie: Se construieşte triunghiul AOB, unde $AO = \frac{AC}{2}$, $BO = \frac{BD}{2}$, adică $AO =$ .... cm, $BO =$ .... cm şi $\sphericalangle AOB = 55°$. Se consideră punctele C şi D .... A şi B față de punctul O. Cum diagonalele patrulaterului $ABCD$ au .... mijloc $\Rightarrow ABCD$ este ....

16. Perimetrul unui paralelogram este 28 cm, iar lungimea uneia dintre laturi este cu 2 cm mai mare decât lungimea celeilalte laturi. Calculați lungimile laturilor paralelogramului.

Soluţie: Fie a şi b lungimile a două laturi consecutive ale paralelogramului. Latura opusă laturii de lungime a are lungimea ...., iar latura opusă celei de lungime b are lungimea .... Perimetrul paralelogramului este ...., adică $2a + 2b = 28 \Rightarrow a + b =$ .... Cum $b = a + 2 \Rightarrow a + (a + 2) = 14 \Rightarrow$ .... Deci, laturile paralelogramului sunt de .... cm şi, respectiv, ... cm.

17. În figura alăturată, $ABCD$ este un paralelogram şi M, N, P, Q sunt mijloacele segmentelor OA, OB, OC, OD. Demonstrați că $MNPQ$ este paralelogram şi reformulați enunțul problemei scriind ipoteza şi concluzia.

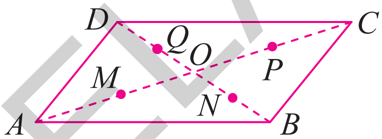

Fig. 10

Ipoteză: AB .... CD; BC .... AD; $M, P \in$ ....; AM .... MO, OP .... CP; $N, Q \in$ ....; BN .... NO, OQ .... QD.

Concluzie: ....

Demonstraţie: Cum $ABCD$ este paralelogram $\Rightarrow AO = CO$ şi $BO = DO$. Dar M, P, respectiv N, Q sunt mijloacele segmentelor ...., ..., respectiv ...., ... $\Rightarrow MO = \dfrac{AO}{2} = \dfrac{CO}{2} = OP$ şi $NO = \dfrac{\dots\dots}{2} = \dfrac{\dots\dots}{2} = QO \Rightarrow MNPQ$ este ...., deoarece diagonalele lui ....

18. Fie $ABCD$ un paralelogram şi punctele $E, F \in AC$, astfel încât $AD \equiv AE$ şi $BC \equiv CF$.

a) Reformulați enunțul problemei scriind ipoteza şi concluzia.

b) Demonstrați că $BFDE$ este paralelogram.

Soluţie:

a) **Ipoteză:** AB .... CD; BC .... AD; $E, F \in AC$.

....

Concluzie: ....

....

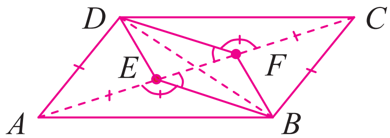

Fig. 11

b) **Demonstraţie:** Se compară ΔABE cu ΔCDF; $AB \equiv$ ...... (din ....); $AE \equiv$ ...... ($AE = AD = BC = CF$); $\sphericalangle BAE \equiv$ .... (alterne interne) $\overset{\text{(L.U.L.)}}{\Rightarrow}$ Δ...... $\equiv \Delta$...... $\Rightarrow BE \equiv DF$ (1) şi $\sphericalangle AEB \equiv \sphericalangle CFD$ (2). Din (2) $\Rightarrow \sphericalangle BEF \equiv$ .... (au suplemente congruente). Dar $\sphericalangle BEF$ şi $\sphericalangle DFE$ sunt unghiuri .... pentru dreptele BE şi DF cu secanta $EF \Rightarrow BE \parallel DF$ şi conform (1) $\Rightarrow BFDE$ este paralelogram pentru că are două laturi opuse .... şi ....

19. Fie $ABCD$ un paralelogram şi prin vârfurile A, respectiv C se consideră două drepte paralele care intersectează dreapta BD în F, respectiv E.

a) Realizați figura.

b) Scrieți problema sub formă de ipoteză şi concluzie.

c) Demonstrați că $DF \equiv BE$.

d) Demonstrați că $AECF$ este paralelogram.

Soluţie: a)

b) **Ipoteză:** AB .... CD; AB .... CD; $FA \parallel CE$.

Concluzie:

c) $DF \equiv BE$;

d) ....

Demonstraţie: $\Delta ADF \equiv \Delta CBE$ deoarece $AD \equiv BC$ (............................) (1).

$\sphericalangle AFD \equiv \sphericalangle CEB$ (alterne externe determinate de dreptele paralele .... cu secanta ....) (2);

$\sphericalangle FAD \equiv \sphericalangle ECB$ (unghiuri cu laturile respectiv ....) (3).

Din (2) şi (3) $\Rightarrow \sphericalangle ADF \equiv \sphericalangle CBE$ (4).

Din (1), (3) şi (4) $\Rightarrow \Delta ADF \equiv \Delta CBE \Rightarrow DF \equiv BE$ şi $AF \equiv CE$ (5). Din $AF \equiv CE$ şi $AF \parallel CE \Rightarrow AECF$ este paralelogram.

20. a) Se numeşte **linie mijlocie a unui triunghi** ....

....

b) Într-un triunghi, linia mijlocie determinată de două laturi ale acestuia este ....

şi are lungimea ....

c) Construiți un triunghi ABC, apoi notați cu M, N şi P mijloacele laturilor AB, BC şi AC. Dacă $AB = c$, $BC = a$ şi $AC = b$, calculați lungimile liniilor mijlocii.

21. a) **Mediana unui triunghi** este segmentul determinat de un vârf al triunghiului şi ....

....

b) Într-un triunghi, medianele sunt .... într-un punct G, numit ....

c) Punctul de intersecție a medianelor unui triunghi se află, pe fiecare mediană, ...

....

d) Într-un triunghi, **orice mediană determină două triunghiuri de arii egale**, numite triunghiuri

....

Cuprins

ALGEBRĂ

GEOMETRIE