

EDITURA PARALELA 45

colecția

concursuri  
școlare

*Autorii aduc mulțumiri speciale Societății de Științe Matematice din România pentru sprijinul acordat.*

Redactare: Daniel Mitran  
Tehnoredactare: Luminița Badea  
Pregătire de tipar: Marius Badea  
Design copertă: Ionuț Broșțianu

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**Matematică : olimpiade și concursuri școlare : clasele VII-VIII : 2016-2017** / Gheorghe Căiniceanu (coord.), Emilia-Ștefania Răducan, Gabriela Roxana Bondoc, .... - Pitești : Paralela 45, 2017  
ISBN 978-973-47-2529-8

I. Căiniceanu, Gheorghe  
II. Răducan, Emilia-Ștefania  
III. Bondoc, Gabriela Roxana

51

© Copyright Editura Paralela 45, 2017  
Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,  
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

GHEORGHE CĂINICEANU

(coordonator)

EMILIA-ȘTEFANIA RĂDUCAN, GABRIELA ROXANA BONDOC,  
CARMEN-VICTORIȚA CHIRFOT, MARIANA DRAGA-TĂTUCU,  
IULIANA GIMOIU, DAN NĂNUȚI, DANA-MARIANA PAPONIU,  
VASILE-DORU PREȘNEANU, ELENA RÎMNICEANU,  
TOMIȚĂ-CONSTANTIN VASILE

# matematică

olimpiade și concursuri școlare  
clasele VII-VIII

---

---

2016-2017

Editura Paralela 45

# clasa a VII-a



## ETAPA LOCALĂ

### Alba

**7.0.1.** Rezolvați în  $\mathbb{Q}$  ecuațiile:

a)  $|3x + 4| + 2 = 10$ .

b)  $x \cdot \left( 2017 + \frac{2017}{2} + \frac{2017}{3} + \dots + \frac{2017}{50} \right) = 50 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \dots - \frac{49}{50}$ .

**7.0.2.** Comparați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că:

$$a = \sqrt{3^{2017} - 2 \cdot 3^{2016} - 2 \cdot 3^{2015} - \dots - 2 \cdot 3 - 2} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - |\sqrt{5} - 1|;$$

$$b = \frac{(-1)^n}{3 \cdot (-1)^3 + 6 \cdot (-1)^6 + 9 \cdot (-1)^9 + \dots + 2016 \cdot (-1)^{2016}}.$$

**7.0.3.** În triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ . Fie  $G$  intersecția înălțimii  $AD$ ,  $D \in (BC)$ , cu bisectoarea  $[CE]$ ,  $E \in AB$  și fie  $EF \perp BC$ ,  $F \in BC$ . Demonstrați că triunghiul  $AEG$  este isoscel, iar  $AEFG$  este romb.

**7.0.4.** Se consideră dreptunghiul  $ABCD$  și un punct  $M$  pe  $BD$ , astfel încât  $D \in (MB)$  și  $\sphericalangle AMD \equiv \sphericalangle ACD$ . Dacă  $E$  este mijlocul segmentului  $MC$ , arătați că  $AD = 2 \cdot DE$ .

*Supliment Gazeta Matematică nr. 2/2016*

### Arad

**7.0.5.** Arătați că numărul:

$$p = n \cdot \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} \right) \cdot \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \cdot \dots \cdot \left( 1 + \frac{1}{n} \right) - \left( 1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \dots \cdot \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \right]$$
 este natural, oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

# clasa a VIII-a



## ETAPA LOCALĂ

### Alba

**8.0.1.** a) Aflați partea întreagă a numărului  $a$ , unde:

$$a = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \dots + \sqrt{4033 - 2\sqrt{2016 \cdot 2017}}.$$

b) Oricare ar fi  $x, y \in (0, +\infty)$ , arătați că:

$$(x + y)^2 + \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)^2 > 10 + xy.$$

Justificați de ce egalitatea nu poate avea loc.

**8.0.2.** Aflați numerele de forma  $\overline{abcd}$ , știind că:

$$\overline{abcd} + 6 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{cd} - 92 \cdot \overline{ab} - \overline{cd} = 2047.$$

**8.0.3.** Fie  $ABCD A' B' C' D'$  un cub în care  $BC' \cap B'C = \{O\}$ . Știind că aria  $\triangle DOB$  este  $a^2 \sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>, aflați:

- lungimea muchiei cubului (în funcție de  $a$ );
- distanța de la  $A$  la mijlocul laturii  $[D'C]$ ;
- cosinusul unghiului format de  $DO$  și  $A'B$ .

**8.0.4.** Fie  $VO \perp (ABC)$ ,  $O \in (ABC)$ . Știind că  $AO \perp BC$ ,  $VD \perp BC$ ,  $D \in BC$ ,  $OD = 9$  cm,  $VA = 13$  cm,  $VD = 15$  cm:

- arătați că punctele  $A$ ,  $O$  și  $D$  sunt coliniare și calculați  $VO$ .
- aflați diferența dintre cea mai mare și cea mai mică distanță posibilă de la  $A$  la planul  $(VBC)$ .

### Arad

**8.0.5.** a) Arătați că:

$$x = \left( \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2016} + \sqrt{2017}} \right) (\sqrt{2017} + 1) \text{ este număr natural.}$$

b) Aflați  $x$  și  $y$  astfel încât:  $\sqrt{x^2 - 4x + 4000004} + \sqrt{y^2 - 6y + 298} = 2017$ .

**8.0.6.** Determinați numerele  $x, y, z$  știind că  $x + y + z = \frac{3}{2}$ , iar  $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{4}$ .



ETAPA JUDEȚEANĂ  
ȘI A MUNICIPIULUI BUCUREȘTI  
18 martie 2017

- 8.O.167.** a) Fie  $m, n, p \in \mathbb{N}$ ,  $m > n$ , astfel încât  $\sqrt{m} - \sqrt{n} = p$ . Demonstrați că  $m$  și  $n$  sunt pătrate perfecte.  
b) Determinați numerele  $\overline{abcd}$  care verifică egalitatea:  
$$\sqrt{\overline{abcd}} - \sqrt{\overline{acdb}} = \overline{bb}.$$
- 8.O.168.** Fie  $ABCD A'B'C'D'$  un cub de latură  $a$ . Notăm cu  $M$  și  $P$  mijloacele muchiilor  $[AB]$ , respectiv  $[DD']$ .  
a) Demonstrați că  $MP \perp A'C$ .  
b) Calculați distanța dintre dreptele  $MP$  și  $A'C$ .
- 8.O.169.** a) Fie  $x \in [1, \infty)$ . Demonstrați că  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 \geq 0$ .  
b) Fie  $a, b \in [1, \infty)$ . Determinați minimul expresiei  $ab(a + b - 10) + 8(a + b)$ .
- 8.O.170.** Fie  $ABCD A'B'C'D'$  un cub de latură 1. O furnică parcurge un drum pe suprafața cubului, pornind din  $A$  și terminând în  $C'$ . Deplasarea este permisă numai pe muchiile cubului și pe diagonalele fețelor. Știind că drumul nu trece prin niciun punct de două ori, determinați lungimea maximă a unui asemenea drum.

## CUPRINS

	enunțuri	soluții
<b>clasa a VII-a</b>		
Etapa locală.....	5	81
Etapa județeană și a municipiului București .....	27	118
Concursuri interjudețene.....	28	119
<b>clasa a VIII-a</b>		
Etapa locală.....	43	133
Etapa județeană și a municipiului București .....	66	178
Concursuri interjudețene.....	67	179

### COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45

Pitești, jud. Argeș, cod 110174, str. Frații Golești 130

Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918

Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492.

E-mail: [comenzi@edituraparelela45.ro](mailto:comenzi@edituraparelela45.ro)

sau accesați [www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*

E-mail: [tipografie@edituraparelela45.ro](mailto:tipografie@edituraparelela45.ro)