



“DUICAN, Laurențiu, (1964-1982, n. Brașov), matematician român. Înclinații precoce spre studiul geometriei (*Transformări geometrice*); eseuri (*Prin labirintul geometriei, Caiet de seară*).”

DICȚIONAR ENCICLOPEDIC, vol II
Editura Enciclopedică,
București, 1996, p.154

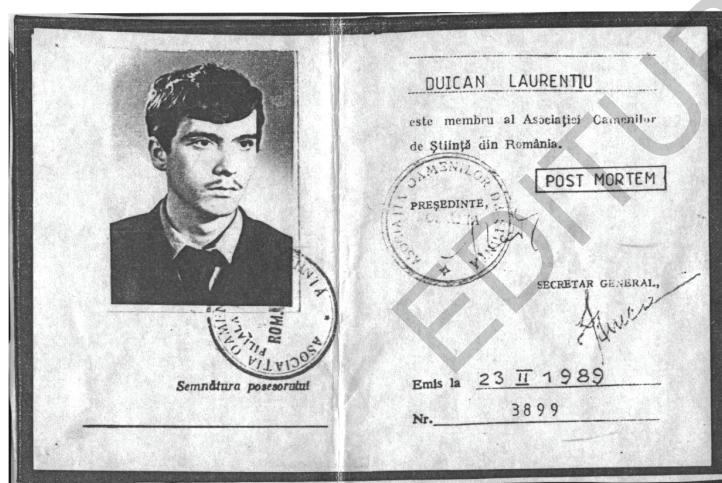
DICȚIONAR ENCICLOPEDIC AL MATEMATICIENILOR:

DUICAN, Laurențiu (1964–1982), matematician; promitea a fi un **Galois** român. N. la Brașov, fiul prof. Maria și Ilie Duican. A urmat Lic. de Matematică-Fizică „Dr. I. Meșotă” din Brașov, în paralel cu Liceul de Muzică (clasa vioară clasică). Moare în prima sa vacanță de student la Fac. Automatică din București în urma unui accident de autobuz.

Op. pr.: – *Transformări geometrice*, Ed. St. Enciclopedică, București, 1987; – *Prin labirintul geometriei*, Ed. Albatros, București, 1990, cărți apreciate de specialiști, ultima prezentată în anul 1991 la Salonul Internațional al Cărții de la Paris. Are eseuri literare, de asemenea promițătoare, dintre care *Caiet de seară*, Ed. Litera, 1984, reeditată Ed. Eminescu, București, 1992, cu un Cuvânt-înainte de filozoful Constantin Noica și cu o frumoasă recenzie de poeta Ana Blandiana.

Annual, sub Egida Ministerului Învățământului și Cercetării și al S.S.M. din România are loc Concursul de Matematică „Laurențiu Duican”.

(Vol. I, Ed. Universității Pitești, 2001, p. 184)



PARTICIPANȚI

În perioada 6-8 mai 1993 se va susține la Brașov, a doua ediție a Concursului interjudețean de matematică „Laurențiu Duican“. Festivitatea de deschidere va avea loc vineri, 7 mai, ora 9, la Liceul „Andrei Șaguna“ din Brașov.

Activitatea se dorește o continuare firească a unei tradiții începute anul trecut în memoria tânărului Laurențiu Duican, „meșotistul“ care prin ascuțimea spiritului său a cutezat să aducă o altă lumină în tărâmul fascinant al matematicelor, și nu numai, probată și de lucrările sale recunoscute de acum: Transformări geometrice, Prin labirintul geometriei, Caiet de seară.

Concursul va beneficia de prezența unor nume ale matematicii românești care îi vor „seconda“ de aproape pe cei mai buni matematicieni din clasele VII-XII, peste 120, din județele Alba, Argeș, Brașov, Buzău, Covasna, Dâmbovița, Dolj, Prahova și Vrancea. Manifestarea poate fi comparată, fără riscul de a greși, cu faza națională a Olimpiadei de matematică, prin nivelul de pregătire al tinerilor participanți, laureați ai fazelor superioare ale olimpiadei.

Flavius Obeadă,
în *Gazeta de Transilvania*, Brașov, joi, 6 mai 1993, p. 2

Nr. crt.	Județul	Număr de participanți						Total
		VII	VIII	IX	X	XI	XII	
1.	Alba	2	3	2	2	2	1	12
2.	Argeș	3	3	1	3	3	2	15
3.	Brașov	3	3	3	3	2	4	18
4.	Buzău	3	2	2	3	2	2	14
5.	Covasna	2	2	2	3	2	1	12
6.	Dâmbovița	2	2	3	2	1	2	12
7.	Dolj	3	2	2	3	3	2	15
8.	Prahova	3	3	3	2	1	2	14
9.	Vrancea	3	3	2	1	1	2	12
Total		24	23	20	22	17	18	124

PROBLEME PROPUSE

Clasa a VII-a

1. Fie $a, b, c, d \in (1, +\infty)$. Să se arate că: $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 < (abcd)^4 + 3$.
Lucian Tușescu, Craiova
2. Să se arate că în orice triplet pitagoreic de numere prime între ele, numărul cel mai mare este impar.
Constantin Apostol, Rm. Sărat
3. Fie ABCD un patrulater convex în care există relația:
 $BC \cdot AB - CD \cdot AD = AB \cdot CD - BC \cdot AD$. Notăm cu M și P proiecțiile vârfului C pe dreptele AB și, respectiv AD.
Să se arate că $MB \cdot PA = MA \cdot PD$, dacă ABCD este inscriptibil.
Florin Cârjan, Brașov,
Dumitru Săvulescu, București
4. a) Fie ABC un triunghi oarecare și A', B', C' simetricele vârfurilor față de laturile opuse. Să se găsească condiția ca laturile triunghiului A'B'C' să treacă prin vârfurile triunghiului inițial (B'C' prin A etc.).
b) Dacă ABC este dreptunghic să se găsească legătura dintre ariile triunghiurilor ABC și A'B'C'.
c) Există cazuri în care punctele A', B', C' nu formează un triunghi?
Horea Banea, Brașov

Clasa a VIII-a

1. Fie p, q, r trei numere oarecare, distincte, de același semn.
 - a) Să se scrie toate ecuațiile de gradul al II-lea având drept coeficienți aceste numere (fiecare utilizând cele 3 numere câte o singură dată).
 - b) Să se arate că nu toate aceste ecuații pot avea rădăcini (reale).
 - c) Să se arate că există numere p, q, r pentru care patru dintre ecuații au rădăcini.
Horea Banea, Brașov
2. Să se demonstreze că pentru orice $a, b, c \in \mathbf{R}_+$ avem:
$$\frac{a^4 + 2a^3b + b^2(1+a^2)}{ab(a+b)} + \frac{b^4 + 2b^3c + c^2(1+b^2)}{bc(b+c)} + \frac{c^4 + 2c^3a + a^2(1+c^2)}{ca(c+a)} \geq 6.$$

Dumitru Săvulescu, București

3. În tetraedrul VABC avem $VC \perp AB$. Fie $BM \perp VC$ și $MN \perp AB$, unde $M \in (VC)$ și $N \in (AB)$. Să se demonstreze că $MN < CN$.

Romeo Ilie, Brașov

4. O prismă dreaptă, cu înălțimea de 1 și baza trapez isoscel cu diagonala egală cu suma bazelor, are volumul $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. Să se arate că aria laterală a prisme este cuprinsă între $3 + \sqrt{3}$ și $3\sqrt{3}$.

Constantin Apostol, Râmnicu Sărat

Clasa a IX-a

1. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} \min(t^2 - 2t + 2), & x \leq 1 \\ \max(-t^2 + 2t - 1), & x > 1 \end{cases}$.

a) Să se arate că f este injectivă; este f surjectivă?

b) Să se determine $h \in \mathbf{R}$ astfel încât funcția $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$g(x) = \begin{cases} f(x), & x \leq 1 \\ f(x) + h, & x > 1 \end{cases}$ să fie bijectivă și să se calculeze inversa.

Viorel Drăghici, Brașov

2. Fie $a, b \in \mathbf{R}$, $a \leq 1$, $b > 0$, $n \in \mathbf{N}^*$ și $A \subset (0, \infty)$ o mulțime cu n elemente. Să se demonstreze că dacă $1993 \in A$ și dacă există o funcție $f: A \rightarrow A$ care are proprietatea: $f(x) = x^2 + ax - b$, $(\forall) x \in A$, atunci $b \leq 1993^2$.

Romeo Ilie, Sf. Gheorghe

3. În cercul de rază $\sqrt{6}$ este înscris un patrulater cu diagonalele de $2\sqrt{3}$ și $3\sqrt{2}$. Să se arate că aria maximă a acestui patrulater este $3\sqrt{6}$.

Constantin Apostol, Rm. Sărat

4. Fie ABCD un pătrat și $M \in \text{Int}(ABCD)$. Să se demonstreze că următoarele afirmații sunt echivalente:

a) $m(\sphericalangle AMB) + m(\sphericalangle CMD) = 180^\circ$;

b) $M \in (AC) \cup (BD)$;

c) $MA \cdot MC + MB \cdot MD = AB^2$.

Sabin Tăbărcă, Brașov

Clasa a X-a

1. Fie mulțimea $M = \{z \in \mathbf{C} \mid |z| = 1\}$ și funcția $f: M \times M \rightarrow \mathbf{R}$, $f(z, z') = |z' - z|$.

a) Să se precizeze elementele $z \in M$ pentru care produsul $f(z, 1)f(z, -1)$ este maxim.

b) Să se afle $\arg z$, $z \in M$, pentru care $f(z, i) = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Viorel Drăghici, Brașov

2. Să se arate că în orice triunghi are loc:

$$8 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \cos \frac{A-B}{2} \cos \frac{B-C}{2} \cos \frac{C-A}{2} \leq 1.$$

Răzvan Satnoianu, București

3. Fie ABCD un tetraedru și M mijlocul lui (CD) . Să se arate că:

$$\sigma[MAB] < \frac{1}{2}(\sigma[ABC] + \sigma[ABD]).$$

4. a) Există pentagoane înscrise într-un cerc de rază R având toate laturile de lungimi diferite, egale cu lungimile laturilor unor poligoane regulate înscrise în același cerc?

b) Pentagoanele de la punctul a) se realizează decupându-se din discuri de tablă. Câte discuri sunt necesare pentru realizarea tuturor modelelor diferite?

c) Deșeurile reprezintă mai mult sau mai puțin de 50% din materialul discurilor?

d) Fie \mathcal{D} mulțimea lungimilor diagonalelor tuturor pentagoanelor. Se cere card \mathcal{D} (card \mathcal{D} reprezintă numărul elementelor lui \mathcal{D}).

e) Notând $d = \min_{d_i \in \mathcal{D}} d_i$ și $D = \max_{d_i \in \mathcal{D}} d_i$, să se stabilească dacă există penta-

goane care să admită printre diagonalele lor concomitent pe cele de lungimi d și D .

Horea Banea, Brașov

Clasa a XI-a

1. Fie $A, B \in M_n(\mathbf{C})$ și $f \in \mathbf{C}[X]$. Este posibil ca $f(AB) - f(BA) = \alpha I_n$, cu $\alpha \neq 0$?

Răzvan Satnoianu și D. Săvulescu

2. Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ un șir definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^3 - x_n^2 + 1$, $x_1 \in (-1, 1)$. Să se arate că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_1 x_2 \dots x_n = 0$.

Florin Cârjan, Brașov, Dumitru Săvulescu, București

3. Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ un șir convergent de numere reale care are proprietatea că: $x_n^2 - x_n \cdot x_{n+1} - \frac{1}{n} \geq 0, \forall n \geq 1$. Să se demonstreze că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \leq 0$.

Romeo Ilie, Brașov

4. Fie I un interval de numere reale și $f: I \rightarrow \mathbf{R}$ o funcție de două ori derivabilă pe I , având cel puțin două rădăcini în I . Să se arate că:

- a) $\forall a \in \mathbf{R}, \exists \alpha \in I$ astfel încât $f'(\alpha) + af(\alpha) \cdot f''(\alpha) = 0$;
b) $\forall a \geq 0, \exists \beta \in I$ astfel încât $(f'(\beta))^2 + af(\beta) \cdot f''(\beta) = 0$.

Eugen Păltănea, Brașov

Clasa a XII-a

1. Fie $P \in \mathbf{R}[X]$, de grad $n > 1$, și $Q = P + P' + \dots + P^{(n)} \in \mathbf{R}[X]$. Să se arate că între două rădăcini reale distincte ale lui Q există cel puțin o rădăcină reală a lui P .

Sabin Tăbărcă, Brașov

2. Fie $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} a, & x = 0 \\ x^x, & x \in (0, 1] \end{cases}$, $a \in \mathbf{R}$. Să se arate că f este

integrabilă pe $[0, 1]$ și să se ordoneze numerele: $\int_0^1 f(x) dx, e^{-\frac{1}{e}}, \frac{3}{4}$.

Octavian Purcaru, Ploiești

3. Fie $\alpha \geq 1$ și $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}_+$ o funcție continuă și descrescătoare cu proprietatea că $f^\alpha(x) \geq f(x^\alpha), \forall x \geq 0$. Să se demonstreze că:

$$\left(\int_0^x f(t) dt \right)^\alpha \geq \int_0^\alpha f(t) dt, \forall x \geq 0.$$

Romeo Ilie, Brașov

4. Să se arate că un grup cu $2(2n + 1)$ elemente ($n \in \mathbf{N}$) admite cel mult un subgrup cu $2n + 1$ elemente.

Eugen Păltănea, Sabin Tăbărcă, Brașov

SOLUȚII

Clasa a VII-a

1. Avem: $a^4 + b^4 < (ab)^4 + 1$, deoarece $(a^4 - 1)(b^4 - 1) > 0$ și $c^4 + d^4 < (cd)^4 + 1$ deoarece $(c^4 - 1)(d^4 - 1) > 0$.

Rezultă $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 < (ab)^4 + (cd)^4 + 2$.

În mod analog avem:

$(ab)^4 + (cd)^4 < (abcd)^4 + 1$, de unde $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 < (abcd)^4 + 3$.

2. Presupunând $a^2 = b^2 + c^2$, unde a, b, c sunt numere naturale prime între ele cu $a = 2a_1$ ($a_1 \in \mathbf{N}^*$) deducem că b și c sunt impare. Din relația $a^2 = b^2 + c^2$, în condițiile: $a = 2a_1, b = 2b_1 + 1, c = 2c_1 + 1$ ($b_1, c_1 \in \mathbf{N}^*$), se obține: $2a_1^2 = 2b_1^2 + 2b_1 + 2c_1^2 + 2c_1 + 1$. Dar egalitatea nu poate avea loc, căci primul membru este par iar cel de-al doilea, impar.

3. Relația dată se scrie sub forma $(BC - CD)(AB + AD) = 0$, deci $BC = CD$. Fie N mijlocul laturii BD . Din $BC = CD$ rezultă $CN \perp BD$. Deci M, N, P sunt proiecțiile punctului C pe laturile triunghiului ABD . Punctele M, N, P sunt coliniare deoarece punctul C se află pe cercul circumscris triunghiului ABD .

Conform teoremei lui Menelaus avem: $\frac{MB}{MA} \cdot \frac{AP}{PD} \cdot \frac{DN}{NB} = 1$ și deoarece $ND =$

$$= NB \text{ obținem } \frac{MB}{MA} \cdot \frac{AP}{PD} = 1.$$

4. a) Avem $\Delta A'BC \equiv \Delta AB'C \equiv \Delta ABC' \equiv \Delta ABC$. Din $C \in A'B'$ rezultă: $m(\sphericalangle B'CA) + m(\sphericalangle ACB) + m(\sphericalangle BCA') = 180^\circ$. Apoi $m(\sphericalangle B'CA) = m(\sphericalangle ACB) = m(\sphericalangle BCA') = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$. Analog $m(\sphericalangle BAC) = m(\sphericalangle ABC) = 60^\circ$, deci triunghiul ABC este echilateral.

b) Presupunând $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, obținem $B'C' \parallel BC$ și $BC \equiv B'C'$. Fie $\{A''\} = AA' \cap B'C'$. Avem $AA'' \perp B'C'$ și $AA'' = 3AD$ ($AD \perp BC$). Rezultă că $S_{A'B'C'} = 3S_{ABC}$.

c) Exemplu: Fie ΔABC cu $m(\sphericalangle A) = 120^\circ, m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 30^\circ$. În acest caz B' și C' sunt puncte confundate.

CUPRINS

Discursul de inaugurare a Concursului de Matematică „Laurențiu Duican“, Brașov, 15 mai 1992, rostit de Domnia Sa, acad. Nicolae Teodorescu, președintele SSM din România	5
Autorii problemelor propuse la Concursul de matematică „Laurențiu Duican“	11
EDIȚIA I, 14 – 16 MAI 1992	15
Probleme propuse	18
Soluții	21
Consemnări	28
Laureații primei ediții	29
EDIȚIA A II-A, 6 – 8 MAI 1993	31
Probleme propuse	34
Soluții	38
Discursul Domniei Sale, Dumitru Săvulescu, director general în Ministerul Învățământului, președinte onorific al Concursului	49
Laureații ediției a II-a	51
EDIȚIA A III-A, 5 – 7 MAI 1994	53
Articol conf. univ. dr. Bucur B. Ionescu	55
Probleme propuse	57
Soluții	61
Articol conf. univ. dr. V. Suceveanu	72
Laureații ediției a III-a	72
EDIȚIA A IV-A, 4 – 6 MAI 1995	77
O competiție a elitelor	79
Probleme propuse	81
Soluții	85

Laureații ediției a IV-a	98
EDIȚIA A V-A, 9 – 11 MAI 1996	101
Brașovul – capitală a matematicii!	103
Probleme propuse	104
Soluții	108
Laureații ediției a V-a	122
EDIȚIA A VI-A, 8 – 10 MAI 1997	125
Discursul Domniei Sale, conf. univ. dr. Bucur B. Ionescu, inspector general în Ministerul Educației Naționale	127
Probleme propuse	130
Soluții	135
Discursul Domniei Sale, acad. Petre Mocanu, președintele SSM din România	147
Laureații ediției a VI-a	148
Tinere minți luminate	150
EDIȚIA A VII-A, 7 – 9 MAI 1998	151
Discursul Domniei Sale, prof. Anna Farkas, inspector școlar general adj., ISJ Brașov	153
Probleme propuse	155
Soluții	160
Laureații ediției a VII-a	177
EDIȚIA A VIII-A, 6 – 8 MAI 1999	181
Articol prof. Laurențiu Năstase, vicepreședinte al Societății de Științe Matematice, Filiala Brașov	183
Probleme propuse	185
Soluții	189
Discursul Domniei Sale, prof. Florin Diac, secretar general al SSM din România	203
Laureații ediției a VIII-a	204

EDIȚIA A IX-A, 27 – 28 APRILIE 2000,	
susținută în cadrul Olimpiadei Naționale de Matematică, Brașov 2000	207
Discursul Domniei Sale, prof. Gabriel Răducanu,	
inspector general în Ministerul Educației Naționale.....	209
Test de selecție a lotului pentru Olimpiada Balcanică de Matematică	212
Soluții.....	212
Test de selecție a lotului	
pentru Olimpiada Internațională de Matematică	215
Soluții.....	215
Laureații ediției a IX-a	218
EDIȚIA A X-A, 10 – 12 MAI 2001	221
Matematica la vârf.....	223
Probleme propuse.....	225
Soluții.....	229
Facsimile cu soluții originale și ingenioase date unor probleme,	
direct în concurs, de către concurenți.....	237
Laureații ediției a X-a.....	251
EDIȚIA A XI-A, 15 – 17 MAI 2003	253
Cuvântul Domniei Sale, prof. univ. dr. Emil Stoica, decan al Facultății	
de Matematică, Universitatea „Transilvania“ Brașov.....	255
Probleme propuse.....	258
Soluții.....	263
Facsimile cu soluții originale și ingenioase date unor probleme,	
direct în concurs, de către concurenți.....	271
Spirit olimpic la Brașov.....	282
Laureații ediției a XI-a	283
EDIȚIA A XII-A, 6 – 8 MAI 2004.....	287
Discursul Domniei Sale, prof. univ. dr. Horea Banea,	
Universitatea „Transilvania“ Brașov	289
Probleme propuse.....	291
Soluții.....	295

Facsimile cu soluții originale și ingenioase date unor probleme,	
direct în concurs, de către concurenți	305
Cuvântul domniei sale prof. dr. Dumitru Bătinețu-Giurgiu	
reprezentant al Gazetei Matematice	313
Laureații ediției a XII-a	314
Discursul Domniei Sale, prof. univ. dr. Dorin Popescu,	
președintele SSM din România	318
Semnificații	319
EDIȚIA A XIII-A, 20 MAI 2005	321
Argument	323
Discursul Domniei Sale, prof. Florin Diac,	
director general în Ministerul Educației	326
Lansare de carte. Monografia Concursului Național de Matematică	
„Laurențiu Duican”, Editura Paralela 45, 2005	327
Monografia unui concurs de matematică. Aceasta înmănunchează	
roadele celor 12 ediții ale prestigioasei Competiții „Laurențiu Duican”,	
desfășurate din 1992 la Brașov.....	329
Dan Radu – Monografia. Concursului Național de Matematică „Laurențiu	
Duican”, Brașov, 1992-2004, Editura Paralela 45, Pitești, 2005	330
EDIȚIA A XIV-A, 18 – 20 MAI 2006	331
Prof. dr. Cătălin Ciupală – Referat asupra Concursului Național de Matematică	
„Laurențiu Duican” – Brașov, ediția a XIV-a, secțiunea de	
Comunicări științifice și creație.....	336
Facsimile din lucrările premiate la secțiunea matematică	337
Lect. univ. dr. Lucian Sasu – Referat. Sesiunea de Comunicări științifice –	
Informatică	344
Facsimile din lucrările premiate la secțiunea informatică	346
Laureații ediției a XIV-a.....	362
EDIȚIA A XV-A, 10 – 12 MAI 2007	365
Discursul Domniei Sale, prof. univ. dr. Dorin Popescu,	
Universitatea București, Institutul de Matematică	
„Simion Stoilow” al Academiei Române	369

Probleme propuse.....	370
Soluții.....	375
Laureații ediției a XV-a.....	385
Consemnări	387
EDIȚIA A XVI-A, 14 – 16 MAI 2009	389
Discursul Domniei Sale, prof. univ. dr. Dorin Popescu, Universitatea București, Institutul de Matematică.....	391
Probleme propuse.....	393
Soluții.....	398
Laureații ediției a XVI-a	407
Consemnări	409
EDIȚIA A XVII-A, 19 – 21 MAI 2011.....	411
Salutul doamnei insp. școlar prof. Cozeta Țion, ISJ Brașov	414
Prezentarea Domniei Sale, conf. univ. dr. Rugen Păltănea, Universitatea Transilvania, Brașov	415
Probleme propuse.....	417
Soluții.....	422
Facsimile cu soluții originale și ingenioase date unor probleme, direct în concurs, de către concurenți	431
Laureații ediției a XVII-a	441
Consemnări	444
EDIȚIA A XVIII-A, 15 – 17 MAI 2014	447
Salutul doamnei insp. școlar prof. Florica Zubașcu-Andreica ISJ Brașov.....	450
Discursul Domniei Sale, prof. Dorel Agache, directorul Colegiului Național „Andrei Șaguna” Brașov	451
Salutul Domniei Sale, prof. univ. dr. Emil Stoica, președintele Senatului Universității „Transilvania” Brașov	452
Prezentarea Domniei Sale, conf. univ. dr. Eugen Păltănea, Universitatea Transilvania, Brașov	453
Probleme propuse.....	454
Soluții.....	459

Facsimile cu soluții originale și ingenioase date unor probleme, direct în concurs, de către concurenți	471
Discursul Domniei Sale, prof. univ. dr. Radu Gologan, președintele Societății de Științe Matematice din România, președintele Concursului	482
Laureații ediției a XVIII-a	484
Laureați ai Concursului național de matematică „Laurențiu Duican“, Brașov, 1992 – 2014, medaliați la Olimpiadele Internaționale și la Olimpiada Balcanică.....	487
Profesorii de specialitate din comisiile de evaluare a lucrărilor la diverse ediții ale Concursului	490
Profesori din județele țării, colaboratori ai Concursului la diferite ediții, împreună cu loturile reprezentative	493
ILUSTRAȚII.....	499