

MATE[®]
2000+
Consolidare

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

EDITURA PARALELA 45



EDITURA PARALELA45
EDUCAȚIONAL

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 4696/02.08.2019.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca, Daniel Mitran

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

NEGRILĂ, ANTON

Matematică : algebră, geometrie : clasa a VII-a / Anton Negrilă, Maria Negrilă. - Ed. a 10-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2021-
2 vol.

ISBN 978-973-47-3402-3

Partea 1. - 2021. - ISBN 978-973-47-3403-0

I. Negrilă, Maria

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45

Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177

Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918

Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492

E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro

sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*

E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2021

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

matematică
algebră
geometrie

clasa a VII-a

partea I

ediția a X-a, revizuită



mate 2000 – consolidare

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®

antrenament



Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Abrevieri:

- * Inițiere (înțelegere)
- ** Consolidare (aplicare și exersare)
- *** Excelență (aprofundare și performanță)
- **** Supermate

Legendă

PE = portofoliul elevului

PP = portofoliul profesorului

PE-PP = portofoliul elevului - portofoliul profesorului

Algebră

Capitolul I Mulțimea numerelor reale

PP Competențe specifice

- C1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui \mathbb{R}
- C2. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale
- C3. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
- C4. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
- C5. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale
- C6. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale

Rădăcina pătrată

PE-PP 1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect



- Numărul natural x se numește **pătrat perfect** dacă există numărul întreg a cu proprietatea că $x = a^2$, unde $a \in \mathbb{Z}$.
- Numărul $|a|$ se numește **rădăcina pătrată** a numărului x și se notează cu \sqrt{x} .

Observații: Dacă x este un număr natural nenul, pătrat perfect, atunci există două numere distincte al căror pătrat este x , și anume \sqrt{x} și $-\sqrt{x}$. Evident că numai unul dintre ele este număr natural. De aceea, dacă $a \in \mathbb{Z}$, atunci $\sqrt{x^2} = |a|$.

a) $x = a^2$ implică $\sqrt{x} = \sqrt{a^2} = |a|$. b) Dacă $a \geq 0$, atunci $\sqrt{a^2} = a$.

Example: $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = |10| = 10$; $\sqrt{64} = \sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$;

$\sqrt{25x^2y^4} = \sqrt{(5xy^2)^2} = |5xy^2| = 5y^2|x|$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE **Înțelegere** *

1. Copiați și completați următorul tabel ($x \in \mathbb{Z}$):

x	-5	-3	-2	0			9	12
x^2					16	36		

2. a) Scrieți toate pătratele perfecte mai mici decât 90.
 b) Scrieți toate numerele pătrate perfecte cuprinse între 140 și 290.
 c) Scrieți pătratele perfecte de trei cifre, mai mari ca 300.
3. Determinați numerele raționale care au pătratul egal cu:
 a) 25; b) 64; c) 121; d) 729; e) 1296.
4. Descompuneți în factori primi numerele următoare și arătați că sunt pătrate perfecte:
 a) 36; b) 64; c) 1; d) 169; e) 324; f) 529;
 g) $2^8 \cdot 81$; h) $49 \cdot 64 \cdot 5^2$; i) $4^3 \cdot 5^6$; j) $16^3 \cdot (-5)^4$; k) $121 \cdot 169^3$.
5. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt pătrate perfecte:
 a) 36; 4; 15; 56; 169; 190; 196; 225; 240; 256;
 b) 13^2 ; $(-9)^4$; 3^8 ; $(-7)^5$; 18^3 ; $(-12)^{18}$; $(-21)^7$; $(-28)^6$;
 c) 5^{8n} ; 7^{6n+4} ; 28^{n^2+1} ; 15^{n^2+n} ; 12^{n^2-n+6} , $n > 1$, $n \in \mathbb{N}$.
6. Fie $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ și $B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$.
 a) Determinați elementele mulțimii B .
 b) Determinați elementele mulțimii $C = \{z \mid z = \sqrt{y}, y \in B\}$.
7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
 a) $\sqrt{64} = 8$; b) $\sqrt{(-5)^2} = -5$; c) $\sqrt{123^2} = 123$;
 d) $\sqrt{(-432)^2} = 432$; e) $\sqrt{49a^2} = 7a, a < 0$; f) $\sqrt{(-25a^2)^2} = 5a^2$;
 g) $\sqrt{(-64a)^4} = 8a^2$; h) $\sqrt{81a^8b^2} = 9a^4b, b < 0$.
8. Rezolvați ecuațiile:
 a) $x^2 = 36$; b) $x^2 = 1600$; c) $5x^2 = 245$;
 d) $-2x^2 = -72$; e) $x^2 + 9 = 265$; f) $x^2 - 14 = 155$;
 g) $-3x^2 + 175 = -257$; h) $-2x^2 + 27 = -101$; i) $(x-3)^2 = 4$;
 j) $(x+4)^2 = 9$; k) $25 - (x+3)^2 = 9$; l) $-144 - (x-5)^2 = -225$
 (i) în mulțimea numerelor naturale;
 (ii) în mulțimea numerelor întregi.
9. Folosind formula $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$, unde $a \neq 1$ și $n \in \mathbb{N}^*$, calculați:
 a) $\sqrt{x+1}$, unde $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{201}$;
 b) $\sqrt{2x+1}$, unde $x = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{249}$;
 c) $\sqrt{4x+1}$, unde $x = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{359}$;
 d) $\sqrt{8x+1}$, unde $x = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{98}$;

e) $\sqrt{35x+1}$, unde $x = 1 + 6^2 + 6^4 + 6^6 + \dots + 6^{198}$;

f) $\sqrt{63x+1}$, unde $x = 1 + 8^2 + 8^4 + 8^6 + \dots + 8^{2018}$.

10. Arătați că x este un număr natural pătrat perfect.

a) $x = (1 + 2 + 3 + \dots + 98) + 49$;

b) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 225$;

c) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 2019$;

d) $x = 2 + 4 + 6 + \dots + 2018 + 1010$;

e) $x = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 864 + 41616$;

f) $x = 3(1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2017) - 1009 \cdot 2018$.

11. Calculați x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați \sqrt{x} :

a) $x = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 98) + 99$;

b) $x = 8(1 + 2 + 3 + \dots + 49) + 1225$;

c) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 648 - 324^2$;

d) $x = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 224 + 16 \cdot 450$;

e) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 450 - 225^2$;

f) $x = 3(1 + 3 + 5 + \dots + 99) - 5000$;

g) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100 - 25 \cdot 2$;

h) $x = 1 + 2 + 3 + \dots + 120 + 2 \cdot 242$.

12. Calculați numărul natural x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați \sqrt{x} :

a) $x - 9 = 8(9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

b) $x - 25 = 24(25 + 25^2 + 25^3 + \dots + 25^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

c) $x - 16 = 15(16 + 16^2 + 16^3 + \dots + 16^{n+1})$, $n \in \mathbb{N}$;

d) $x - 4 = 3(4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{n+2})$, $n \in \mathbb{N}$.

13. Arătați că numărul x este pătrat perfect, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde:

$$x = 3^{2n+3} \cdot 4^{2n+3} - 2^{2n+1} \cdot 6^{2n+3}.$$

14. Se dau numerele:

$$a = 2 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2017} + 2^{2019} \text{ și } b = 1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2016} + 2^{2018}.$$

Arătați că numărul $x = a + b + 1$ este un pătrat perfect.

15. Arătați că următoarele numere sunt pătrate perfecte, după care calculați \sqrt{x} :

a) $x = 6 + 12 + 18 + \dots + 288$;

b) $x = 4 + 8 + 12 + \dots + 196$;

c) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 1001$;

d) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 2021$;

e) $x = 1203 + 2 + 4 + 6 + \dots + 2404$.

16. Arătați că numerele de mai jos nu pot fi pătrate perfecte:

a) $x = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2001}$;

b) $x = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2001}$.

17. a) Arătați că numărul $x = 1010 + 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2018$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{x} .

b) Arătați că numărul $a = 432 \cdot 289 + 1 + 2 + 3 + \dots + 288$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{a} .

c) Arătați că numărul $n = 361^2 - 2(1 + 2 + 3 + \dots + 360)$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{n} .

d) Arătați că numărul $n = 6^3 + 20 + 21 + 22 + \dots + 37$ este pătrat perfect și rezolvați ecuația $x^2 = n$.

e) Arătați că numărul $n = 243^2 - (240^2 + 3 \cdot 240)$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{n} .

PE **Aplicare și exersare ****

18. Arătați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

- a) $x = 5n + 3$; b) $x = 15n + 8$; c) $x = 25n - 7$; d) $x = 10n + 2$;
 e) $x = 6^n + 2$; f) $x = 10^n + 23$; g) $x = 31^n + 16$; h) $x = 25^n + 18$;
 i) $x = 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + \dots + 8^{2017}$; j) $x = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2021}$.

19. Arătați că numărul $n = \sqrt{x9 \cdot x7 + 1}$ este număr natural, pentru orice cifră nenulă x .

20. Arătați că numărul $A = \sqrt{5^{4n+2} \cdot 9^{2n+2} + 25^{2n} \cdot 3^{4n+4} \cdot 24}$ este număr natural, oricare ar fi numărul natural n .

21. Fie numărul natural $a = 7^{2n} \cdot 576^{n+1} + 24^{2n} \cdot 49^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul \sqrt{a} este natural par, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

22. Fie numărul natural $a = 5^{2n} \cdot 144^{n+1} + 12^{2n} \cdot 25^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul \sqrt{a} este natural par, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

23. Efectuați:

- a) $\sqrt{14^2}$; $\sqrt{23^4}$; $\sqrt{(-35)^2}$; $\sqrt{3^6}$; $\sqrt{(-7)^4}$; $\sqrt{a^2}$; $\sqrt{a^4}$; $\sqrt{(-a)^8}$; $\sqrt{a^6}$, $a \in \mathbb{Z}$;
 b) $\sqrt{2^4 \cdot 3^2}$; $\sqrt{16^2 \cdot 5^2}$; $\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$; $\sqrt{2^6 \cdot 5^2 \cdot 3^4}$; $\sqrt{18^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6}$; $\sqrt{12^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$.

24. Calculați:

- a) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^2 \cdot (-5)^2}$; b) $\sqrt{(-2)^2 \cdot 7^2 \cdot 5^4}$; c) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-3)^2 \cdot (-7)^2}$;
 d) $\sqrt{5^2 \cdot 3^6 \cdot 2^4}$; e) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-14)^2 \cdot (-15)^2}$; f) $\sqrt{(-3)^4 \cdot 7^2 \cdot (-2)^2}$;
 g) $\sqrt{2^{10} \cdot 5^2}$; h) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^8 \cdot (-3)^2 \cdot 5^2}$;
 j) $\sqrt{5^2 \cdot 11^2 \cdot 3^4}$; k) $\sqrt{(-3)^6 \cdot (-2)^{10}}$; l) $\sqrt{(-7)^2 \cdot (-26)^2}$.

25. Calculați:

- a) $\sqrt{(-23)^2}$; b) $\sqrt{(-23)^4}$; c) $\sqrt{(-23)^6}$; d) $\sqrt{(-17)^8}$; e) $\sqrt{(-15)^2}$;
 f) $\sqrt{(-36)^4}$; g) $\sqrt{(-48)^2}$; h) $\sqrt{(-12)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^{24}}$; j) $\sqrt{2^{2018}}$;
 k) $\sqrt{3^{2020}}$; l) $\sqrt{(-6)^{2018}}$; m) $\sqrt{(-7)^{2020}}$; n) $\sqrt{(-5)^{2016}}$.

26. Folosind descompunerea în produs de puteri de factori primi, calculați rădăcina pătrată:

- a) $\sqrt{576}$; $\sqrt{729}$; $\sqrt{625}$; $\sqrt{324}$; b) $\sqrt{400}$; $\sqrt{784}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{676}$;
 c) $\sqrt{1600}$; $\sqrt{1296}$; $\sqrt{1764}$; $\sqrt{2025}$; d) $\sqrt{2500}$; $\sqrt{2304}$; $\sqrt{3136}$; $\sqrt{5184}$.

27. Folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, calculați:

- a) $\sqrt{3721}$; $\sqrt{1936}$; $\sqrt{4624}$; $\sqrt{9216}$; b) $\sqrt{7225}$; $\sqrt{2209}$; $\sqrt{7056}$; $\sqrt{3969}$;
 c) $\sqrt{2116}$; $\sqrt{3481}$; $\sqrt{3844}$; $\sqrt{2916}$; d) $\sqrt{12769}$; $\sqrt{45369}$; $\sqrt{15129}$; $\sqrt{15876}$.

28. Calculați:

- a) $\sqrt{20449} + \sqrt{285156} - \sqrt{54289}$; b) $\sqrt{2916} + \sqrt{41616} - \sqrt{11664}$;
 c) $\sqrt{229441} + \sqrt{301401} - \sqrt{546121}$; d) $\sqrt{467856} + \sqrt{264196} - \sqrt{826281}$.

Geometrie

Capitolul I Patrulatere

PP Competențe specifice

- C1. Identificarea patruleterelor particulare în configurații geometrice date
- C2. Descrierea patruleterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date
- C3. Utilizarea proprietăților patruleterelor în rezolvarea unor probleme
- C4. Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulatere
- C5. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii
- C6. Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulatere

PE-PP 1. Patrulatere convexe



Definiție. Poligonul cu patru laturi se numește **patrulater**.

Definiție. Un patrulater se numește **convex** dacă dreapta suport a oricăreia dintre laturi nu separă celelalte vârfuri ale poligonului care nu se află pe latura dată.

Definiție. Un patrulater se numește **concav** dacă există o dreaptă suport a unei laturi care separă celelalte vârfuri ale poligonului care nu se află pe latura dată.

Teoremă. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu 360° .

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Măsurile unghiurilor A , B și C ale triunghiului ABC sunt proporționale cu numerele 4, 5 și 3. Perpendiculara în C pe BC intersectează paralela prin A la BC în punctul D . Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului $ABCD$.
2. În patrulaterul convex $ABCD$ se știe că $\sphericalangle B = 2 \cdot \sphericalangle A$; $\sphericalangle C = 3 \cdot \sphericalangle A$ și $\sphericalangle D = 2 \cdot \sphericalangle B$.
 - a) Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului.
 - b) Arătați că diagonala AC nu poate fi congruentă cu latura AB .

- 3.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt proporționale cu 3, 4, 5 și, respectiv, 6.
- 4.** Suma măsurilor a două dintre unghiurile unui patrulater convex este 170° . Știind că patrulaterul are trei unghiuri congruente, calculați măsurile unghiurilor patrulaterului.
- 5.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$ știind că suma măsurilor unghiurilor B și D este 150° , suma măsurilor unghiurilor A , B și C este 295° și diferența măsurilor unghiurilor A și C este 20° .
- 6.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt direct proporționale cu 3, 5, 7 și 9.
- 7.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt direct proporționale cu 1, 2, 3, 4.
- 8.** Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$ ale cărui unghiuri verifică egalitățile: $\sphericalangle C = \frac{2}{3} \sphericalangle B$; $\sphericalangle D = \frac{1}{6} \sphericalangle B$; $\sphericalangle A = 1\frac{1}{4} \sphericalangle C$.
- 9.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că sunt invers proporționale cu numerele $0,(3)$; $0,25$; $0,125$ și, respectiv, $0,(1)$.

PE **Aplicare și exersare ****

- 10.** Triunghiul ABC isoscel are $\sphericalangle A = 36^\circ$ și $AB \equiv AC$. Știind că BD este bisectoarea unghiului ABC , $D \in AC$, și E este mijlocul laturii AB , calculați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $BCDE$.
- 11.** În triunghiul ABC , $AD \perp BC$, $D \in BC$ și $\sphericalangle C = 40^\circ$. Se știe că H este mijlocul segmentului AD și că M este mijlocul segmentului DC , $BH \perp AM$. Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului $ACMN$, unde $MH \cap AB = \{N\}$.
- 12.** În patrulaterul convex $ABCD$, $\sphericalangle A = 40^\circ$, măsura unghiului B este de $2\frac{3}{5}$ ori mai mare decât măsura unghiului A , iar măsura unghiului C este egală cu media aritmetică a primelor două unghiuri. Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului.
- 13.** Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$, știind că măsura unghiului B este dublul măsurii unghiului A , măsura unghiului C este egală cu $\frac{3}{8}$ din măsura unghiului B , iar $\sphericalangle D \equiv \sphericalangle C$.
- 14.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$, știind că măsurile unghiurilor A , B , C sunt proporționale cu 4, 5 și 6, iar măsurile lui C și D sunt invers proporționale cu $0,5$ și $0,(3)$.
- 15.** Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex care are toate unghiurile congruente.
- 16.** Aflați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$ în care măsura unghiului A este media aritmetică a celorlalte trei măsuri, măsura unghiului B este media aritmetică a măsurilor unghiurilor C și D , iar măsura unghiului C este jumătate din măsura unghiului D .

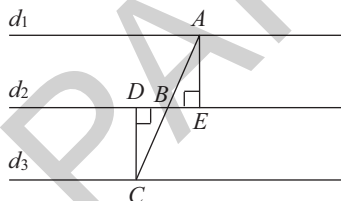
PE **Aprofundare și performanță *****

- 17.** Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $ABCD$, știind că:
- $$\sphericalangle A = 1,25 \cdot \sphericalangle C; \sphericalangle C = 0,(6) \cdot \sphericalangle B \text{ și } \sphericalangle D = 0,1(6) \cdot \sphericalangle B.$$

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

- Construiți paralelogramul $ABCD$, știind că:
 - $\sphericalangle A = 70^\circ$, $AB = 8$ cm, $AD = 5$ cm;
 - $\sphericalangle A = 65^\circ$, $\sphericalangle D = 115^\circ$, $AD = 5,5$ cm;
 - $AB = 10$ cm, $AD = 6$ cm, $BD = 8$ cm.
- Perimetrul unui paralelogram este 68 cm, iar una dintre laturile sale este 18 cm. Aflați lungimea celeilalte laturi.
- În triunghiul ABC , se consideră un punct $D \in \text{Int } \triangle ABC$ și M, N, P și Q mijloacele segmentelor AD, BD, BC și, respectiv, AC .
 - Arătați că $MNPQ$ este paralelogram.
 - Știind că $AB = 19$ cm și $CD = 17$ cm, calculați perimetrul lui $MNPQ$.
- În patrulaterul convex $ABCD$ se notează cu M mijlocul lui AD , cu N mijlocul lui BC , cu P mijlocul lui BD și cu Q mijlocul lui AC .
 - Stabiliți natura patrulaterului $MPNQ$.
 - Calculați perimetrul lui $MPNQ$, știind că $AB = 12$ cm și $DC = 8$ cm.
- Perimetrul unui paralelogram este 86 cm, iar perimetrul unuia dintre triunghiurile în care diagonala împarte paralelogramul este 74 cm. Aflați lungimea diagonalei.
- În figura de mai jos se știe că $d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$, $AB \equiv BC$ și $AE \perp d_2$, iar $CD \perp d_2$. Arătați că $ADCE$ este paralelogram.



- Mediana AD a triunghiului ABC intersectează paralela prin C la latura AB în punctul E . Arătați că $ABEC$ este paralelogram.
- Pe mediana MQ din triunghiul MNP se duc perpendicularele $NB \perp MQ$, $B \in MQ$ și $PA \perp MQ$, $A \in MQ$. Arătați că $BNAP$ este paralelogram.
- Fie MNP un triunghi echilateral și Q situat pe NP . Dacă $RQ \parallel MP$, $R \in MN$ și $QS \parallel MN$, $S \in MP$, iar perimetrul paralelogramului $MRQS$ este 36,8 cm, calculați perimetrul triunghiului MNP .
- Triunghiurile ABC și BCD au latura comună BC . Știind că M, N, P și Q sunt mijloacele laturilor AB, AC, BD și, respectiv, DC , arătați că $MNPQ$ este paralelogram. Analizați toate cazurile posibile.
- Calculați perimetrul unui paralelogram $MNPQ$, știind că $MN = 4$ dm și $MQ = 32$ cm.
- Calculați perimetrul paralelogramului $ABCD$, dacă $AB = 20$ cm, $\sphericalangle A = 60^\circ$ și $BD \perp AD$.
- În patrulaterul convex $ABCD$, măsurile unghiurilor A, B, C și D sunt proporționale cu numerele 2, 4, 6 și, respectiv, 8.
 - Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului.
 - Știind că DE este bisectoarea unghiului ADC , $E \in AB$, stabiliți natura triunghiului ADE .
 - Arătați că $BCDE$ este paralelogram.

Indicații și răspunsuri

SOLUȚIILE TESTELOR DE AUTOEVALUARE POT FI CONSULTATE AICI:
(Scanați codul QR cu camera telefonului, nu din aplicația Mate2000+)



RECAPITULARE ȘI EVALUARE INIȚIALĂ

Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale

Algebră

Testul 1. 1. a) $a = -14$; $b = -6$; $n = -8$; b) $x = -9$; $y = -8$; $n = -17$. 2. a) $S = \{3\}$; b) $S = \{3\}$; c) $S = \{4\}$; d) $S = \{-2\}$. 3. a) $x \in \{0, 1, 2\}$; b) $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$; c) $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. 4. a) $x \in \{-5, -4, -3, -2, -1\}$; b) $x \in \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$; c) $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. 5. a) $n \in \{-10, -4, -2, 0, 2, 8\}$; b) $n \in \{-10, -6, -4, -3, -1, 0, 2, 6\}$; c) $n \in \{-4, -1, 0, 1, 2, 5\}$; d) $n \in \{-7, -1, 0, 6\}$. 6. a) $\frac{7}{20}$; b) $-\frac{43}{84}$; c) $-\frac{25}{48}$; d) $\frac{1}{12}$. 7. $377 = an + 17$, $17 < n$; $517 = bn + 13$, $13 < n$; $803 = cn + 11$, $11 < n \Rightarrow 360 = an$, $504 = bn$, $792 = cn$, $n > 17 \Rightarrow n \mid (360; 504; 792) \Rightarrow n \mid 72 \Rightarrow n \in \{18, 24, 36, 72\}$. 8. $n = 20a + 14$, $n = 24b + 18$, $n = 28c + 22 \Rightarrow n + 6 = 20(n + 1)$, $n + 6 = 24(b + 1)$, $n + 6 = 28(c + 1) \Rightarrow [20; 24; 28] \mid n + 6 \Rightarrow n = 840k - 6$, $k \in \mathbb{N}^*$. Pentru $k = 1$ se obține $n = 834$. 9. a) $12 \mid a24b$, $a \neq 0 \Rightarrow 3 \mid a24b$, $4 \mid a24b$, $(3; 4) = 1$; din $3 \mid a24b \Rightarrow 3 \mid a + b + 6 \Rightarrow a + b + 6 = M_3$; din $4 \mid a24b \Rightarrow b \in \{0, 4, 8\}$; $b = 0 \Rightarrow a + 6 = M_3 \Rightarrow a \in \{3, 6, 9\}$; $b = 4 \Rightarrow a + 10 = M_3 \Rightarrow a \in \{2, 5, 8\}$; $b = 8 \Rightarrow a + 14 = M_3 \Rightarrow a \in \{1, 4, 7\}$; $(a, b) \in \{(3, 0), (6, 0), (9, 0), (2, 4), (5, 4), (8, 4), (1, 8), (4, 8), (7, 8)\}$; b) $(a, b) \in \{(4, 0), (2, 2), (9, 4), (2, 6), (5, 8)\}$; c) $(a, b) \in \{(7, 0), (3, 4), (8, 8)\}$. 10. a) $a = 12x$, $b = 12y$, $(x, y) = 1$, $x < y$, $xy = 42$. Am folosit $(a; b) \cdot [a; b] = a \cdot b$. $x = 1 \Rightarrow y = 42 \Rightarrow a = 12$, $b = 504$; $x = 2 \Rightarrow y = 21 \Rightarrow a = 24$, $b = 252$; $x = 3 \Rightarrow y = 14 \Rightarrow a = 36$, $b = 168$; b) $a - b = \{120, 240, 480, 1560\}$. 11. a) Fie $d \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $d = (9n + 17; 12n + 23) \Rightarrow d \mid 9n + 17$ și $d \mid 12n + 23 \Rightarrow d \mid 36n + 68$ și $d \mid 36n + 69 \Rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d = 1 \Rightarrow (9n + 17; 12n + 23) = 1 \Rightarrow$ fracția este ireductibilă; b), c), d) Analog a). 12. $A = 12^n \cdot 68 = 4 \cdot 17 \cdot 12^n \Rightarrow 17 \mid A$. 13. $A = 4^n \cdot 42 = 2 \cdot 21 \cdot 4^n \Rightarrow 21 \mid A$.
Testul 2. 1. a) $a = -12$; $b = -9$; $n = +6$; b) $x = -24$; $y = -18$; $n = -6$. 2. a) $S = \{5\}$; b) $S = \{-7\}$; c) $S = \{4\}$; d) $S = \{4\}$. 3. a) $x \in \{-6, -5, -4, -3, -2\}$; b) $x \in \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; c) $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. 4. a) $-\frac{13}{20}$; b) $-\frac{7}{18}$; c) $\frac{7}{16}$; d) $\frac{7}{6}$. 5. a) $n \in \{-9, -5, -3, -2, 0, 1, 3, 7\}$; b) $n \in \{-14, -8, -6, -5, -4, -3, -1, 0, 1, 2, 4, 10\}$; c) $n \in \{-17, -3, -2, 0, 1, 3, 4, 18\}$; d) $n \in \{-18, -4, -3, -1, 0, 2, 3, 17\}$. 6. $n \in \{18, 36\}$. 7. $(a, b) \in \{(12, 360), (24, 180), (36, 120), (60, 72)\}$. 8. $n = 426$. 9. a) $(a, b) \in \{(0, 2), (3, 2), (6, 2), (9, 2), (2, 6), (5, 6), (7, 6)\}$; b) $(a, b) \in \{(8, 0), (6, 2), (4, 4), (2, 6), (0, 8), (9, 8)\}$; c) $(a, b) \in \{(0, 0), (9, 0), (5, 4), (1, 8)\}$; d) $(a, b) \in \{(0, 0), (9, 0), (4, 5)\}$. 10. a) $x = 54$, $y = 72$, $z = 108$, $t = 36$; b) $a = 56$, $b = 84$, $c = 126$; c) $a = 24$, $b = 72$, $c = 96$. 11. a) $A = 16^n \cdot 10 \Rightarrow 10 \mid A$; b) $A = 30^n \cdot 11 \Rightarrow 11 \mid A$; c) $a = 102 \cdot 12^n = 6 \cdot 17 \cdot 12^n \Rightarrow 17 \mid a$.
Testul 3. 1. a) $a = -12$; $b = -6$; $n = 2$; b) $x = -21$; $y = -12$; $n = -9$. 2. a) $S = \{2\}$; b) $S = \{3\}$; c) $S = \{7\}$; d) $S = \{-4\}$. 3. a) $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$; b) $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; c) $x \in \{0, 1, 2, 3\}$; d) $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. 4. a) $x \in \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $x \in \{-5, -4, -3, -2\}$; c) $x \in \{-1, 0, 1, 2\}$. 5. a) $A = \{3, 4, 5, 8, 11, 20\}$; $B = \{0, 1, 3, 5, 9, 21\}$; $A \cup B = \{0, 1, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 20, 21\}$; $A \cap B = \{3, 5\}$; $A \setminus B = \{4, 8, 11, 20\}$; $B \setminus A = \{0, 1, 9, 21\}$; b) $A = \{-7, -2, -1, 1, 2, 3, 8\}$; $B = \{-11, -4, -2, -1, 0, 1, 3, 10\}$; $A \cap B = \{-2, -1, 1, 3\}$; $A \cup B = \{-11, -7, -4, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 8, 10\}$; $A \setminus B = \{-7, 2, 8\}$; $B \setminus A = \{-11, -4, 0, 10\}$.

Cuprins

RECAPITULARE ȘI EVALUARE INIȚIALĂ

Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale 5

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Rădăcina pătrată 14

1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect 14

Test de autoevaluare 19

2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ 21

Test de autoevaluare 27

Mulțimea numerelor reale 29

1. Modulul unui număr real. Reprezentarea pe axă a numerelor reale.

Aproximări și rotunjiri. Ordonări 29

Recapitulare și sistematizare prin teste 34

2. Reguli de calcul cu radicali 34

2.1. Produsul radicalilor 34

2.2. Câtul radicalilor 35

2.3. Scoaterea factorilor de sub radical 36

2.4. Introducerea factorilor sub radical 36

3. Operații cu numere reale 39

Test de autoevaluare 45

4. Raționalizarea numitorului unei fracții 47

5. Formule de calcul prescurtat 56

6. Media geometrică a două numere reale nenegative 59

7. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană 63

Recapitulare și sistematizare prin teste 63

Test de autoevaluare 67

8. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$ 69

9. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană 73

Recapitulare și sistematizare prin teste 74

PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA

OLIMPIADELOR 77

GEOMETRIE

Capitolul I. PATRULATERE

1. Patrulater convexe 79

2. Paralelogramul 81

Test de autoevaluare 85

3. Linia mijlocie în triunghi 87

4. Dreptunghiul 90

Test de autoevaluare 93

5. Rombul.....	95
<i>Test de autoevaluare</i>	97
6. Pătratul	99
<i>Test de autoevaluare</i>	101
Recapitulare și sistematizare prin teste	103
7. Centrul de simetrie și axe de simetrie pentru poligoanele studiate.....	104
8. Trapezul	106
9. Linia mijlocie în trapez	109
<i>Test de autoevaluare</i>	111
10. Aria triunghiului și aria patrulaterului.....	113
<i>Test de autoevaluare</i>	117
11. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	119
Recapitulare și sistematizare prin teste	120
Capitolul II. CERCUL	
Cercul	121
1. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	123
2. Triunghi și patrulater înscrise într-un cerc	127
3. Poligoane regulate înscrise într-un cerc	130
4. Lungimea cercului și aria discului	132
Recapitulare și sistematizare prin teste	133
<i>Test de autoevaluare</i>	135
Capitolul III. ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR	
1. Raportul a două segmente. Teorema lui Thales	137
1.1. Raportul a două segmente.....	137
1.2. Teorema lui Thales	140
<i>Test de autoevaluare</i>	147
2. Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a două triunghiuri	149
2.1. Teorema fundamentală a asemănării	149
<i>Test de autoevaluare</i>	155
2.2. Criterii de asemănare a două triunghiuri.....	157
3. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	161
Recapitulare și sistematizare prin teste	161
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA FINALĂ	164
MODELE DE TEZE SEMESTRIALE	166
PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR	169
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	171